EXERCICE N°1
Résoudre dans R

(1) $x^2 - 5.x + 3 = 0$; (2) $2.x^2 - 4x - 1 = 0$; (3) $x^2 - x - 1 = 0$

EXERCICE N°2
Résoudre dans R

(1) $\sqrt{x+1} - x + 5 = 0$; (2) $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{3x-1}$; (3) $\dfrac{x+2}{2x-1} = \dfrac{-3x+4}{x-3}$

EXERCICE N°3
Résoudre les systèmes proposes

$S_1 : \begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ $S_2 : \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ xy = 6 \end{cases}$; $S_3 : \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$; $S_4 : \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 6 \\ xy = 2 \end{cases}$

EXERCICE N°4
Résoudre dans R , les inéquations suivantes .

(1) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$; (2) $-x^2 + 2x - 3 \leq 0$; (3) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$; (4) $\dfrac{x}{x-4} \geq \dfrac{1}{x+5}$

EXERCICE N°5
Soit l'équation E_m : $3.x^2 + (3m+2).x - 5 = 0$. où m est un paramètre réel .

1°)Justifier que pour tout m de R l'équation E_m admet deux racines distincts .

2°)Déterminer m pour que (-1) soit une solution de E_m .

3°)Existe-t-il m dans R tel que 0 soit une solution de E_m ?

4°) Existe-t-il m dans R tel que E_m admet deux racines de somme (-2) ?

5°) Existe-t-il m dans R tel que E_m admet deux racines opposés ,

6°)On note par x_1 et x_2 les racines de E_m . Sans calculer x_1 et x_2 , exprimer en fonction de m :
$s = x_1^2 + x_2^2$ et $t = x_1^3 + x_2^3$.

EXERCICE N°6
On considère $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x - 1$

1°)Vérifier que 1 est une solution de l'équation $f(x) = 0$.

2°)Ecrire f(x) sous forme $(x - 1)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont trois réels à déterminer.

3°)Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 0$.

EXERCICE N°7
On considère la fonction définie par : $f(x) = \left|x^2 - |2x-1|\right|$.

1°)Résoudre dans R l'équation : $f(x) = 0$

2°)Ecrire f(x) sans valeurs absolue .

3°)Résoudre dans R l'inéquation : $f(x) = 1$.

4°)Résoudre dans R l'inéquation : $f(x) \leq 1$.

EXERCICE N°8
1°)Montrer que : $\forall x \in R_+^* : x(1-x) \leq \dfrac{1}{4}$

2°)En déduire que : $\forall x \in R$ tel que $x + y = 1$ on a : $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\left(1+\dfrac{1}{y}\right) \geq 9$.

3°)Soit $f(x) = x^6 - x^5 + x^4 + x^2 - x + \dfrac{3}{4}$ où $x \in R$.

(a) Montrer que : $f(x) = (x^5 + x^3 + x)(x - 1) + \dfrac{3}{4}$

(b) Montrer que : $f(x) = -x(1 - x)(x^4 + x^2 + 1) + \dfrac{3}{4}$

(c) En déduire que pour tout x de R : $x^6 - x^5 + x^4 + x^2 - x + \dfrac{3}{4} \succ 0$.

EXERCICE N°9

On considère $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ *où* $x \in \mathbb{R}_+^*$

1°) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$: $f(x) = 2$.

2°)*Montrer que , pour tout x de* $\mathbb{R}_+^*$: $f(x) \geq 2$.

3°)*En déduire que :* $\forall (a,b,c,d,e,f,g,h) \in \mathbb{R}_+^*$: $\dfrac{a}{h}+\dfrac{b}{g}+\dfrac{c}{f}+\dfrac{d}{e}+\dfrac{e}{d}+\dfrac{f}{c}+\dfrac{g}{b}+\dfrac{h}{a} \geq 8$

EXERCICE N°10

Soient a et b deux réels non nul, on pose : $x = \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$.

Calculer x^2 *et en déduire que :* $\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2} + 3 \geq 2(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a})$.

EXERCICE N°11

L'aire d'un triangle rectangle est $s = 429$ m² *et l'hypoténuse a pour longueur* $h = 72,5$ m. *Trouver le périmètre .*

EXERCICE N°12

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'équation suivante :

$(E_m) : (m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m + 1 = 0$

EXERCICE N°13

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'inéquation suivante : $(I_m) : (m - 2)x^2 - 2.(m + 1)x + 2.m - 4 > 0$.

EXERCICE N°14

Résoudre et discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , l'inéquation suivante : $(U_m) : \sqrt{1+x} \leq 1 + m.x$

EXERCICE N°15

On considère un demi-cercle de diamètre [AB]. On pose AB =2.r ou r est un réel non nul. Soit [OC] le rayon de ce demi-cercle perpendiculaire à [AB]. Soient m un réel positif donné, M un point du demi-cercle et K le projeté orthogonale de M sur (OC).

Déterminer selon les valeurs de m , le nombre d points M vérifiant : $MA^2 = m.MK^2$

EXERCICE N°16

Peut-on trouver trois carrés ayant pour cotes des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15125 ? Si oui, préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les cotés. Même question avec 15127.

EXERCICE N°17

1°)*Montrer que , pour tout réel x de R on a :* $x^2 - x + 1 > 0$

2°)*En déduire que , pour tout réels a et b on a :* $a^2 + b^2 > 2 + a + b$

3°)*Montrer que , pour tout réel x de R on a :* $x^2 - x + \dfrac{1}{2} > 0$

4°)*Montrer que , pour tout réels a et b on a :* $(1 + a^2)(1 + b^2) > 1 + a^2 + b^2$

5°)*En déduire que , pour tout réels a et b on a ;* $(1 + a^2)(1 + b^2) > a + b$.

EXERCICE N°18

Soient a , b et c trois réels vérifiant : $0 \leq a \leq b$ *et* $c > 0$. *Montrer que :* $\sqrt{b} - \sqrt{a} \leq \dfrac{b-a}{c} + c$.

EXERCICE N°19

1°) *On recherche dans cette question tous les triples (a,b,c) de réels strictement positifs tels que a+b = c et que b soit la moyenne géométrique de a et de c .*

(a,b,c) étant un tel triplet , on pose : $\varphi = \dfrac{b}{a}$.

(a) *Montrer que* φ *vérifie :* $\varphi = 1 + \dfrac{1}{\varphi}$.

(b) *En déduire que :* $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

(c) *Montrer que :* $\varphi^2 = \varphi + 1$ *et* $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$. φ *est appelé « le nombre d'or ».*

(d) *Déterminer alors tous les triples recherchés.*

2°) *On considère deux point A et B sur une droite . On recherche un point C du segment [AB] tel que :* $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{BC}$.

(a) Montrer que si C existe , on a nécessairement : $\frac{AB}{AC} = \varphi$

(b) En déduire l'existence et l'unicité de C.

EXERCICE N°20 : Les pierres « oka ré »

Les pierres « oka ré » sont des pierres précieuses dont la valeur (en dinars) est proportionnelle au carré de leur masse (en grammes) . On a malencontreusement laissé choir une pierre « oka ré » :elle s'est alors brisée en deux morceaux .
La pierre a-t-il-elle perdu de sa valeur ? Si oui, exprimer en pourcentage la perte de valeur maximale .