Fiche de cours $2^{ème}$ *info*

EQUATION DU SECOND DEGRE

MATHS AU LYCEE *** ALI AKIR
Site Web : *http://maths-akir.midiblogs.com/*

Définition :

On appelle fonction polynôme du second degré (ou trinôme), la fonction f définie sur R par $f(x) = ax^2 + bx + c$, *avec* $a \neq 0$.

L'expressions $ax^2 + bx + c$ *est appelée trinôme du second degré.*

Forme canonique

On appelle forme canonique du trinôme $ax^2 + bx + c$, *avec* $a \neq 0$, *l'écriture sous la forme :*

$$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right] \text{ où } \Delta = b^2-4ac$$

Δ *est appelé le discriminant de* $ax^2 + bx + c$

Factorisation du trinôme

Si $\Delta < 0$ alors	Si $\Delta = 0$, alors	Si $\Delta > 0$ alors
le trinôme $ax^2 + bx + c$ n'est pas factorisable dans R	$ax^2+bx+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$	$ax^2+bx+c = a\left(x-\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$

Equations du second degré

Définition

On appelle racine du trinôme $f(x) = ax^2+bx+c$ *(avec* $a \neq 0$ *) toute solution, quand elle existe de l'équation* $ax^2+bx+c=0$.

Résolution de l'équation f(x) = 0

$$ax^2+bx+c = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right] \text{avec } \Delta = b^2-4ac$$

	Racine de f(x) = 0	Factorisation	Signe de f(x)
$\Delta < 0$	n'est pas de solutions dans R	On ne peut pas factoriser	Pour tout x de R, f(x) est du signe de a.
$\Delta = 0$	une racine double $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$f(x) = a(x-x_1)^2$	Pour tout réel $x \neq x_1$, f(x) est du signe de a.
$\Delta > 0$	a deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$	Supposons $x_1 < x_2$. (tableau ci-dessous)

Supposons $x_1 < x_2$.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		Signe de a	0	Signe de -a	0	Signe de a	

Discriminant réduit

Soit $\Delta' = b'^2 - ac$ *avec* $2b' = b$, *on a alors :*

$\Delta = 4\Delta'$

$\Delta' < 0$ *équivaut à* $ax^2+bx+c=0$ *n'est pas de solutions dans R*

Si $\Delta' = 0$, *alors l'équation* $ax^2+bx+c=0$ *a une racine double* $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

Si $\Delta' > 0$ *alors l'équation* $ax^2+bx+c=0$

a deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$ *et* $x_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$

Somme et produit des racines de l'équation $ax^2+bx+c=0$

Dans le cas où $\Delta \geq 0$ *alors* $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ *et* $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Remarque :

Si $a + b + c = 0$ *alors* $x_1 = 1$ *et* $x_2 = \frac{c}{a}$

Si $a - b + c = 0$ *alors* $x_1 = -1$ *et* $x_2 = -\frac{c}{a}$