

<i>Lycée Ibn Khaldoun la Skhira</i>	<i>Devoir de Synthèse n°01</i>		
<i>Prof : Saemongi</i>	<i>4^{ème} Tech 2 et 3</i>	<i>2 heures</i>	<i>samedi 24-12-2016</i>

EXERCICE n°1 : (4 pts)

Choisir la bonne réponse

- le nombre complexe $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ est une racine carré de :
 a) $4i$; b) $-4i$; c) $2\sqrt{2}i$
- Soit z et z' deux nombres complexes tels que $|z|=3$ et $z' = z + \frac{1}{z}$ alors
 a) $|z'| = \frac{8}{3}$ b) $|z'| = \frac{4}{3}$ c) $|z'| = \frac{10}{3}$
- Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[3;6]$ tel que $|f'(x)| \leq 5$ pour tout $x \in [3;6]$
 a) $|f(6) - f(3)| \leq 5$ b) $|f(6) - f(3)| \leq 3$ c) $|f(6) - f(3)| \leq 15$
- Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{1 - \sin x}$ f est dérivable sur
 a) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ b) L'intervalle \mathbb{R} c) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$

EXERCICE n°2 (6 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points

$A(1; 2; 0)$; $B(2; 1; 1)$; $C(1; 3; -2)$ et $D(3; -4; 3)$.

- Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
 - Déterminer une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$.
- Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
 - Déterminer la position relative de (AB) et (CD) .
- Soit un plan $Q: x - 2y + z + 3 = 0$, $\vec{U} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{V} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{W} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - Vérifier que $A \in Q$.
 - Donner la position relative de P et Q .
 - Montrer que $\vec{AB} \perp \vec{V}$ et que $\vec{U} \perp \vec{W}$.

TURN OVER



Lycée Ibn Khaldoun la Skhira	Devoir de Synthèse n°01		
Prof : Saemongi	4 ^{ème} Tech 2 et 3	2 heures	samedi 24-12-2016

EXERCICE n°3: (10 pts)

I. Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 1}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

Donner le domaine de définition de f .

1. a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.

b. Dresser le tableau de variation de f sur $[1; +\infty[$

2. a. Montrer que la droite $D: y = x + 1$ est une asymptote oblique de C_f

b. étudier la position relative de la courbe de C_f par rapport à son asymptote D .

c. tracer la courbe C_f et la droite D .

3. a. Montrer que f réalise une bijection de $[1; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

c. Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.

d. Tracer la courbe $C_{f^{-1}}$ dans le même repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

4. on considère la fonction g définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

a. Montrer que pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ on a $g(x) = 1 + tg(x)$.

b. Montrer que g réalise une bijection de $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1; +\infty[$.

c. Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[1; +\infty[$

d. Montrer que $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$ pour tout $x \in [1; +\infty[$

