Lycée Farhat Hached *Makthar*	*Devoir de contrôle n°1* *De Mathématiques*	*Prof : Ghorbeli Med Hedi* *Classe $4^{éme}$thc **** durée 2h*

Exercice n°1(4pts)

Cocher la réponse exacte. En justifiant

1) . Le nombre complexe $(1+i)^6$ est :
   a/ un réel   b/ imaginaire pur   c/ ni réel ni imaginaire
2) Le conjugué du nombre complexe 1 - i Z est :
   a/ $1 + i\,\bar{Z}$ b/ 1 + i Z   c/ $1- i\,\bar{Z}$
3) La forme exponentielle du complexe $1+e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0\,;\pi[$ est :
   a/ $e^{i\frac{\theta}{2}}$ b/ $2\sin\frac{\theta}{2}\ e^{i\frac{\theta}{2}}$ c/ $2\cos\frac{\theta}{2}\ e^{i\frac{\theta}{2}}$
4) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que $\lim_{x\to+\infty} f(x)+x=3$ alors sa courbe C_f représentative dans un repère orthonormé (0, $\vec{i}$, $\vec{j}$) admet au voisinage de (+∞) une asymptote d'équation :
   a/ y= x-3   b/ y = x+3   c/ y = - x +3

Exercice n°2(5pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{i}$ *,* $\vec{j}$*). On donne les points* ***A, B, C***

et ***I*** *d'affixes respectives 4 ; 2i ; 3+3i et 1.*

1) Montrer que le triangle ***ABC*** *est isocèle rectangle en C.*

2) On associe, à tout point ***M*** *d'affixe z≠2i, le point* ***M'*** *d'affixe* $z'=\frac{z-4}{z-2i}$

a- Montrer que ***IM'.BM****=*$2\sqrt{5}$.

b- En déduire que si ***M'****appartient au cercle (C') de centre* ***I*** *et de rayon √5 alors M varie sur un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.*

3) a- Déterminer et construire l'ensemble (E) des points ***M*** *lorsque |z'|=1.*

b- Déterminer et construire l'ensemble (E') des points ***M*** *pour que z' soit un réel.*

Exercice n°3(5pts)

On considère les nombres complexes $z_1=2\sqrt{2}+2i\sqrt{2}$ et $z_2=\sqrt{3}-i$.

1) a- Mettre z_1 et z_2 sous la forme exponentielle.
2) b- En déduire la forme exponentielle de chacun des nombres complexes : $(-2\sqrt{2}-2i\sqrt{2})^3$;

   $-3i\,(2\sqrt{2}-2i\sqrt{2})$; $(2\sqrt{2}+2i\sqrt{2})(\sqrt{3}-i)$ et $\frac{2\sqrt{2}+2i\sqrt{2}}{\sqrt{3}-i}$

a- Calculer le produit $z_1.z_2$ sous la forme algébrique.

b- Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{\pi}{12}$) et sin($\frac{\pi}{12}$).

c- Prouver alors que tan($\frac{\pi}{12}$)=2- $\sqrt{3}$

Exercice 4(6pts)

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \frac{1+\sqrt{x}\cos x}{x+2} & si\ x\ \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{4\sqrt{x^2+1}-1} & si\quad x\ < 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 0 .

2) a) Montrer que pour tout x ≥ 0 on a : $\frac{1-\sqrt{x}}{x+2} \leq f(x) \quad \leq \quad \frac{1+\sqrt{x}}{x+2}$

b) Calculer alors $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty}[\, f(x) + \frac{1}{4}$ x]

b) Interpréter graphiquement le résultat .

4) a) Montrer que f(x) = 0 admet au moins une solution α dans] $\frac{\pi}{2}$; π [

b.) Montrer que tan(α) = $-\sqrt{\alpha - 1}$

n° de télè : 97519484

BON TRAVAIL