

<u>Lycée Secondaire El Ksour</u>	<u>DEVOIR DE Synthèse</u> <u>N°1</u>	<u>Prof : Bouzouraa Chaouki</u>
<u>Année Scolaire 2013-2014</u>	<u>Mathématiques</u>	<u>4 techniques</u>

Exercice N°1(3pts)

Indique la réponse exacte Pour chacune des questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1) La forme exponentielle de $Z = (-2-2i)$ est $\begin{cases} 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}} \\ 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}} \end{cases}$

2) Une solution de l'équation $2z + \bar{z} + 3 - i = 0$ est $\begin{cases} 1 + i \\ -1 + i \\ 1 - i \end{cases}$

3) Soit $Z = 1 + i\sqrt{3}$ alors $Z^3 = \begin{cases} 8 \\ 8i \\ -8 \end{cases}$

4) Soit A, B, C trois points muni d'un repère (O, \vec{u}, \vec{v}) d'affixes respectives Z_A, Z_B, Z_C .

a) si $Z_C = Z_A + Z_B$ alors $\begin{cases} A, B, C \text{ sont alignés} \\ A \text{ est le milieu de } [BC] \\ OACB \text{ est un parallélogramme} \end{cases}$

b) Si $(Z_C - Z_A) = (3i)(Z_B - Z_A)$

alors $\begin{cases} A, B, C \text{ sont alignés} \\ A, B, C \text{ sont situés sur le cercle de diamètre } [BC] \\ \text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A \end{cases}$

Exercice N°2(8pts)

Soit f une fonction définie sur IR $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1} + 2$

1- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ interpréter ce résultat graphiquement

2- Etudier la continuité de f sur IR

3- Montrer que f est dérivable sur IR et que $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

4-

a- Montrer que $\sqrt{x^2 + 1} > x$ pour tout réel x

b- Dresser le tableau de variation de f

c- Dédire que f réalise une bijection de IR vers un intervalle J que l'on déterminera

5- a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle] -2 ; 0 [

b- Vérifier que $f'(x) = \frac{2 - f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$ et que $f'(\alpha) = \frac{2}{\alpha + 2}$

a- Donner l'équation de la tangente a la courbe de f en α

Exercice N°3(4pts)

1) a- Vérifier que $(2 - i)^2 = 3 - 4i$

b- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $Z^4 - Z^2(2 + i) + 2i = 0$

2- soit $P(Z) = Z^3 - 2Z^2(2i + 1) + Z(8i - 3) + 6$

a- Calculer $P(3i)$

b- déterminer les réels a, b et c vérifiant $P(Z) = (Z - 3i)(aZ^2 + bZ + c)$

3- Résoudre l'équation $P(Z) = 0$

Exercice N°4(5pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points

$A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$ et $C(-2; 2; 2)$

1- Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB)

3- Donner une équation cartésienne du plan (ABC)

4- Soit D une droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = \alpha - 1 \\ z = -\alpha + 2 \end{cases}$$

a- Montrer que D et (ABC) sont sécantes

b- Déterminer les coordonnées du point $E = D \cap (ABC)$