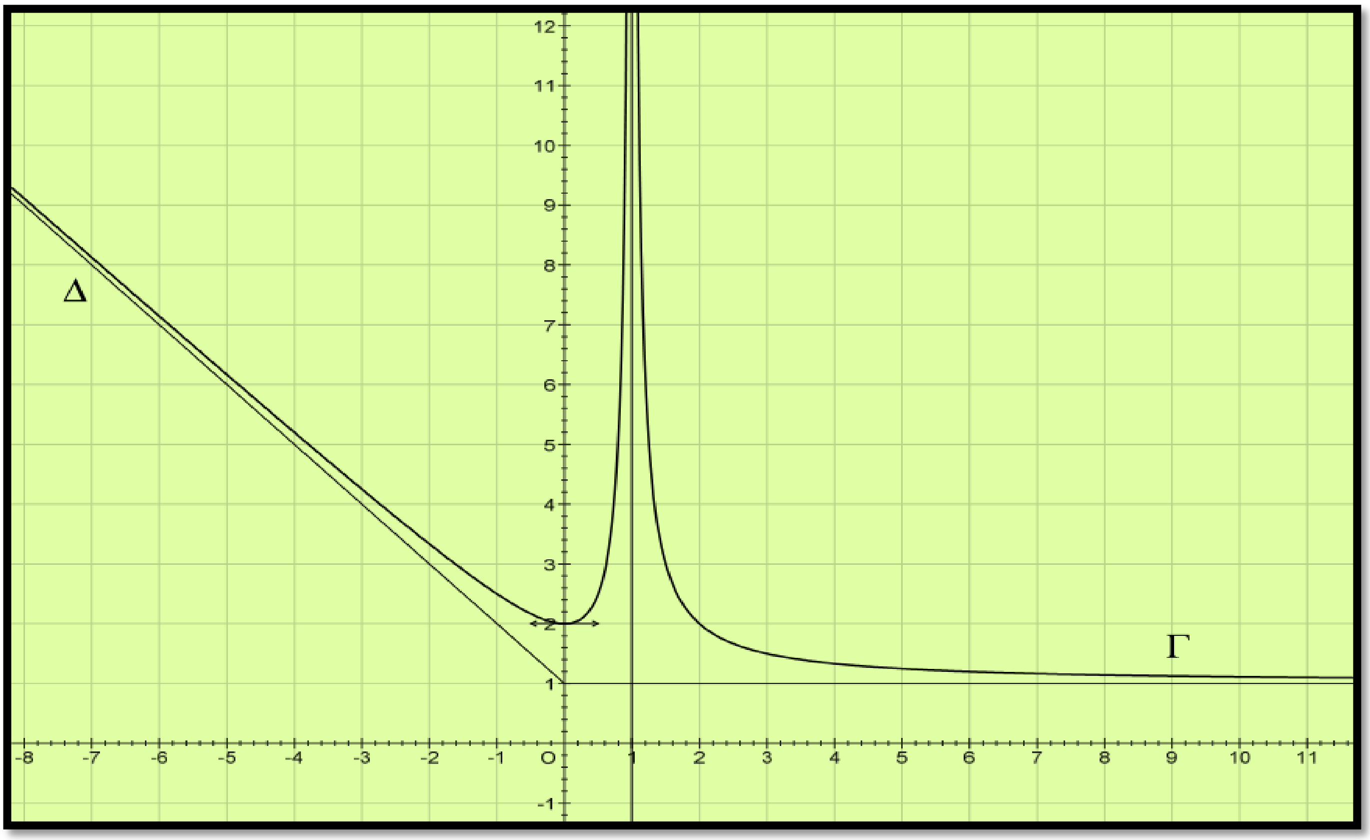
Lycéé al afak ksar Hellel **Devoir de contrôle n°1**		Prof : Sofien Ben Haj Slimen Date : 22-11-2013	
Année Scolaire 2012-2013	Classe : 4ème technique	Durée : 2 h	Coef : 4

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué, sur 22 pts, est approximatif. Les réponses doit être justifiées. Il sera tenu compte de la rédaction. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. Chaque exercice est fait au plus de 30 mn. <u>Il faut soigner l'écriture</u>

<u>Exercice N°1</u> (5 points)

Dans la figure ci-dessous Γ est la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur IR\ {1} .On sait que la droite Δ est une asymptote à Γ au voisinage de −∞. Γ admet deux autres asymptotes d'équations respectives x = 1 et y = 1.



1. a) Utiliser le graphique pour donner :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}\ ;\ \lim_{x\to1} f(x).$$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2. Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = \begin{cases} fof(x) & si\ \ x \neq 1 \\ 1 & si\ \ x = 1 \end{cases}$

a) Déterminer $g(2), g(0), \lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

b) Montrer que g est continue sur IR.

c) déterminer l'image de l'intervalle $]-\infty\ ; 0], [0\ ; 1[$par g.

En déduire l'image de l'intervalle $]-\infty\ ; 1[$par g.

Exercice N°1 (6 points)

Soit la fonction $\begin{cases} f(x) = \frac{x+1-\cos(\pi x)}{x} & si\ \ x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2+x+1} - x & si\ \ x \geq 0 \end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement le résultat trouvée.

2) Montrer que : $\forall x \epsilon]-\infty; 0[$ on a : $\frac{x+1}{x} \leq f(x) \leq 1$ et en déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

3) Montrer que f est continue sur IR.

4) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $\left]-\frac{1}{2}; 0\right[$.

b) En déduire $\sin(\pi x) = \sqrt{-\alpha^2 - \alpha}$.

Exercice N°1 (5 points)

I. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|\overline{z} - 1 + 2i| = 3$.

2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $\left|\frac{z-2+i}{4i-z}\right| = 1$.

II. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B, C et I les points d'affixes respectives $z_A = -2i$,

$z_B = 1 + i, z_C = 4 + 2i$ et $z_I = 2$.

1. a) Placer les points A, B, C et I.
   b) Montrer que le point I est le milieu du segment $[AC]$.

2. Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

3. Soit D le symétrique de B par rapport à I.

a) Déterminer l'affixe du point D.

b) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

Exercice N°1 (6 points)

le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$.

On pose $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 + i$

1- a) Mettre sous forme algébrique le nombres complexe : $(z_1.z_2)$.

b) Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.

c) En déduire la forme exponentielle et trigonométrique du nombre complexe $(z_1.z_2)$.

d) utiliser a) et c) pour déduire $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

2- On note : $z_3 = -\sqrt{3} + i$.

Soit le point A d'affixe z_1, B le point d'affixe z_3 et C le point d'affixe z_2

a) Les points O, A et C sont-ils alignés ?justifier.
b) Montrer que OAB est un triangle rectangle isocèle en O.
c) Trouver alors l'affixe du point D pour que le quadrilatère $BOAD$ soit un carée.

3. Ecrire w sous forme exponentielle, puis Ecrire sous forme exponentielle

les nombres complexes suivants : $\left(1 + i\sqrt{3}\right)^3$; $\frac{-\sqrt{3}+i}{1+i}$

4. a) Justifier que les points A et B appartiennent à un même cercle de centre O et dont on précisera le rayon.

b) Décrire alors comment construire les points A et B .(On demande pas la construire de ces points)

Bon travail