REPUBLIQUE TUNISIENNE **** MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION **DEVOIR DE CONTROLE N° : 1**		LYCEE DE KASSERINE **** MR: JEMLI KHALED
EPREUVE : MATHEMATIQUES	**COEFFICIENT : 4**	**NIVEAU ET SECTION : 4^{éme} TEC**
Première trimestre	**Date : 15 Novembre 2012**	**Durée : 2 Heures**

QCM : 3pts

Dans chaque question indiquer la bonne réponse.

1) *Soit* $Z = -3\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)$ *alors :*

   Un argument de Z est : $-3\arg\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)$; $\pi + \arg(1+i\sqrt{3}) - \arg i$; $-3\,\dfrac{\arg(1+i\sqrt{3})}{\arg i}$

2) *On note (E) :* $3z^2 - z + 5 = 0$ *alors (E) possède dans* $\mathbb{C}$ *:*

   Deux solutions réelles — *une racine double* — *deux solutions conjuguées*

3) *Soit f une fonction continue et strictement croissante sur* $[-1.3]$ *vérifiant* $f(-1) = -2$ *et* $f(3) = -1$.
   Alors $f(x) = 0$ *admet dans* $[-1.3]$ *:*

   deux solutions — *une seule solution* — *aucune solution.*

4) *Soient f et g deux fonctions tels que :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ *et* $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = 3$ *alors :*

   $\lim\limits_{x\to+\infty} fog(x) = 3$ — $\lim\limits_{x\to+\infty} gof(x) = 3$ — $\lim\limits_{x\to 1} gof(x) = 3$

Ex2 : 3,5pts

Le tableau de variation suivant est celui d'une fonction f continue et dérivable sur IR-{2}

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
f(x)	4	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2

1) *Interpréter graphiquement la limite de f en :* $-\infty$; $+\infty$; *et* 2^+.

2) *Montrer que : l'équation* $f(x) = \dfrac{1}{2}$ *admet dans IR-{2} une unique solution.*

3) *Déterminer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

4) *Soit g la fonction définie sur* $IR - \{3\}$ *par :* $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ *si* $x \neq 2$ *et* $g(2) = 0$.

   Montrer que g est continue en 2.

Ex3 : 6pts

Soit f la fonction définie sur IR par :
$$\begin{cases} f(x) = 1 + \dfrac{1-\cos x}{x^2} & si\ x < 0 \\ f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + \dfrac{9}{4}} & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

1) a) *Montrer que* $\forall\, x < 0$; $1 \leq f(x) \leq 1 + \dfrac{2}{x^2}$

   b) *En déduire :* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) *Etudier la continuité de f en 0 puis sur* $[0;+\infty[$

3) a) *justifier que f est strictement croissante sur* $[0;+\infty[$

   b) *déterminer* $f([0\,;2])$ *et déduire que l'équation* $f(x) = 7/2$ *admet dans* $[0\,;2]$ *unique solution* α

Ex4 : 7,5pts

A- 1) Soit $a = -1-2i\sqrt{2}$ un nombre complexe. Déterminer les racines carrées de a.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+i\sqrt{2})z + i\sqrt{2} = 0$.

B- On donne les points : A ; B ; M et M ' les points d'affixes respectives : 1 ; $i\sqrt{2}$; z et $z' = \dfrac{z-i\sqrt{2}}{z-1}$ avec $z \neq 1$

1) a) Montrer que $|z'| = \dfrac{BM}{AM}$.

b) Déduire l'ensemble des points $M(z)$ tel que : $|z'| = 1$.

2) Chercher l'ensemble des points $M(z)$ tel que : $\operatorname{Arg}(z') \equiv \dfrac{\pi}{2} [2\pi]$.

3) a) Montrer que $\forall\ z \neq 1$; $|z'-1||z-1| = \sqrt{3}$.

b) Déduire que si M appartient au cercle de centre A et de rayon $\sqrt{3}$ alors M' appartient à un cercle que l'on déterminera.

4) Soit D le point d'affixe $z_D = e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0;\pi[$.

a) Vérifier que : $e^{i\theta} - 1 = 2i\sin\dfrac{\theta}{2}\, e^{i\frac{\theta}{2}}$.

b) Déduire AD en fonction de θ.

c) Déterminer la valeur de θ pour que : ABD soit isocèle en A.

Bon travail