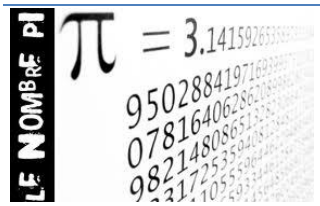


DEVOIR DE CONTROLE N°1

4ème Sciences techniques 2

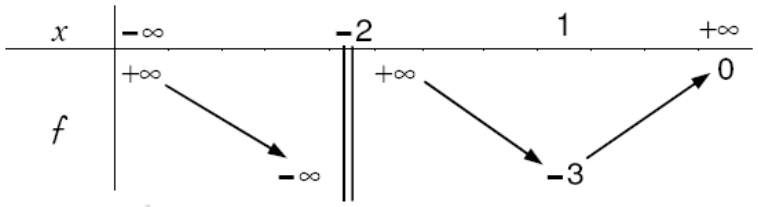
Exercice n°1 :(2,5 points)

1/

Soient (u_n) et (v_n) deux suites de nombres réels qui vérifient : pour tout $n \in IN$; $u_n \leq v_n$.		
(Q_0)	Si (u_n) diverge alors (v_n) diverge.	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_1)	Si (v_n) est bornée alors (u_n) est majorée.	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_2)	Si (v_n) est décroissante alors (u_n) est majorée.	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_3)	Si (v_n) est convergente alors (u_n) est majorée.	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_4)	Si (v_n) est convergente alors (u_n) est convergente.	☐ Vrai ☐ Faux

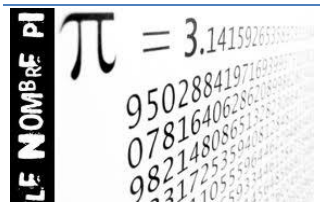
2/

La fonction f a le tableau de variation ci-dessous:



(Q_0)	$f(0) > f\left(\frac{3}{4}\right)$	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_1)	L'équation $f(x) = 1$ admet trois solutions.	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_2)	$\lim\limits_{x \to 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_3)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(\frac{x^2-2}{x^2+1}\right) = -3$	☐ Vrai ☐ Faux
(Q_4)	$\lim\limits_{x \to (-2)^+} \frac{1}{f(x)+2} = +\infty$	☐ Vrai ☐ Faux

www.devoir@t.net © 2012



DEVOIR DE CONTROLE N°1

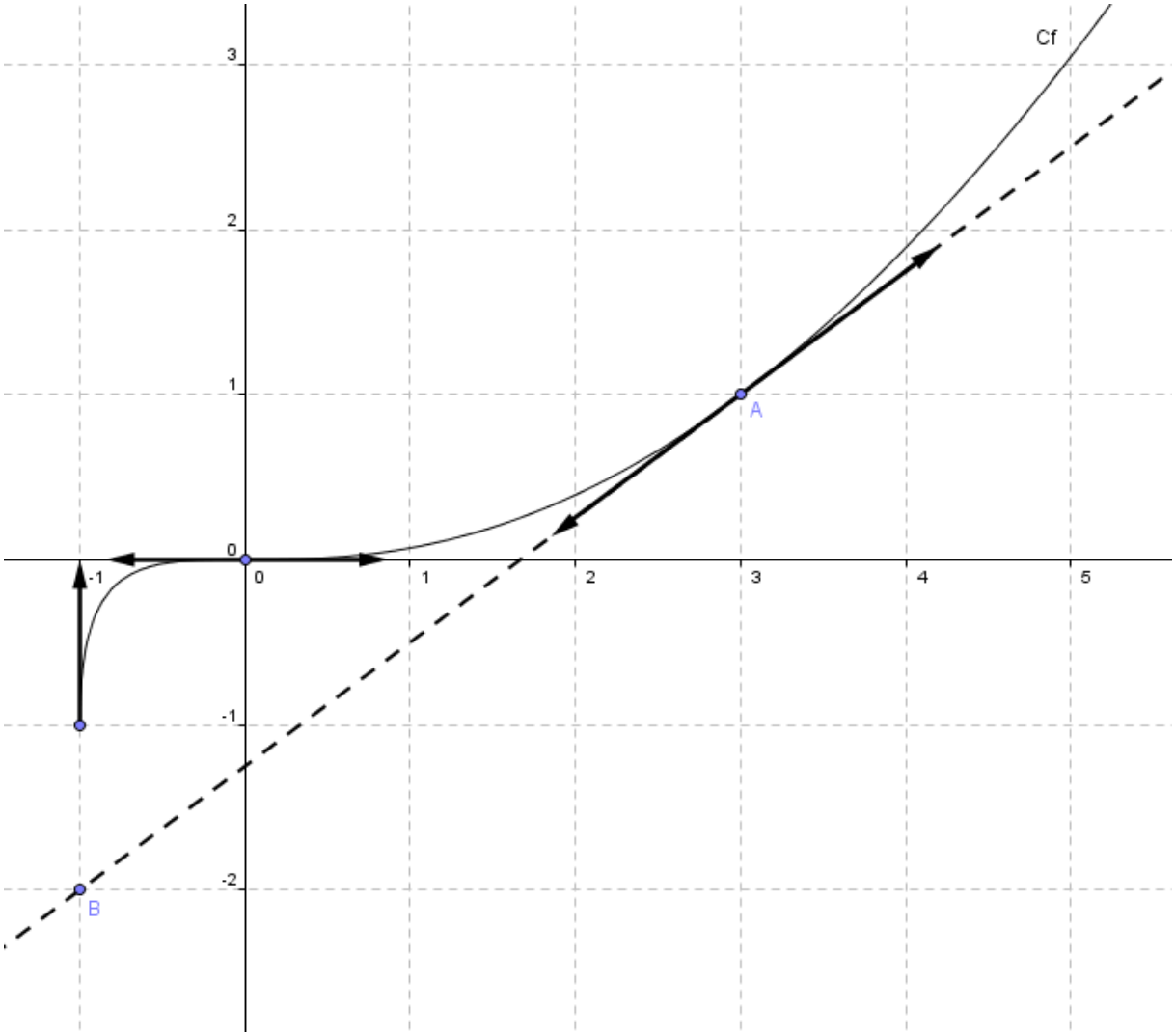
4ème Sciences techniques 2

Exercice n°4 :(5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

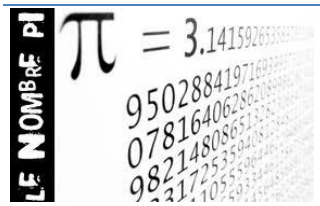
(C_f) est la représentation graphique d'une fonction f **croissante** définie sur $[-1, +\infty[$ **(voir figure)**.

La droite (AB) est la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 3.



1/ Par lecture graphique :

www.devoir@t.net © 2012



DEVOIR DE CONTROLE N°1

4ème Sciences techniques 2

a) Déterminer $f(0)$, $f(-1)$, $f(3)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.

b) Que vaut $\lim_{x\to(-1)^+} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$.

2/ On considère la suite $(U_n)_{n\in IN}$ définie par : $\boldsymbol{U_0 = -\frac{3}{4}}$ et $\boldsymbol{U_{n+1} = f(U_n)}$.

a) Montrer $\forall\, n \in IN : -1 < U_n < 0$.

b) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

d) Sachant que $f(x) = \left(\sqrt{x+1}-1\right)^3$, résoudre dans $[-1,+\infty[$ l'équation $f(x) = x$ (poser $t = \sqrt{x+1}-1$) puis donner $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice n°2 :(6,5 points)

1/ Compléter l'énoncé du **théorème de la valeur intermédiaire** : Soit f une fonction continue strictement monotone sur $[a;b]$ tel que $f(a) < \cdots < f(b)$ alors l'équation $f(x) = k$ admet une ..... solution x_0 qui appartient à l'intervalle.....

2/ Soit f la fonction définie sur IR par $\boldsymbol{f(x) = x^3 + 3x - 1}$.

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique α et que $0 < \alpha < 1$.

3/ Soit g la fonction définie sur $]-\infty;\pi[$ par :

$$\begin{cases} \boldsymbol{g(x) = \sqrt{x^2+4} - x - 2} & \boldsymbol{si \quad x \in]-\infty;0[} \\ \boldsymbol{g(x) = tan\left(\frac{x}{2}\right)} & \boldsymbol{si \quad x \in [0;\pi[} \end{cases}$$

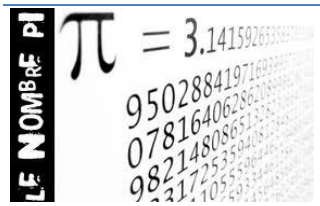
a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

b) Montrer que g est continue en 0.

c) Etudier la dérivabilité de f en 0 puis donner les équations des demi-tangentes éventuelles.

Exercice n°3 :(6 points)

www.devoir@t.net © 2012



DEVOIR DE CONTROLE N°1

4ème Sciences techniques 2

Soit (x_n) la suite définie sur IN par : $x_0 = 2$ et $x_{n+1} = \frac{{x_n}^2 + x_n}{{x_n}^2 + 1}$.

1/ Montrer que $\forall\, n \in IN : 1 < x_n \leq 2$.

2/ a) Montrer que la suite (x_n) est décroissante.

b) Montrer que (x_n) est convergente puis calculer sa limite.

3/ a) Montrer que $\forall\, n \in IN : x_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(x_n - 1)$.

b) En déduire que $\forall\, n \in IN : x_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c) Retrouver $\lim_{n \to +\infty} x_n$.

Bon Travail

www.devoir@t.net © 2012