

Lycée Ibn khaldoun	Devoir de synthèse N°1	Classe : 4 ^{ème} Sc.tech 2
Prof : <i>Zribi Rgmzi</i>	9 décembre 2009	Durée : 2h

Exercice n°1 (3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à donner la réponse exacte sans justification.

N°	questions	réponses		
		a	b	c
1°)	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ C_f possède un seul point d'inflexion qui est :	$A(1, \frac{1}{3})$	$A(2, -\frac{1}{3})$	$A(3, -1)$
2°)	$g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$	g est dérivable en 0 et on a $g'(0) = 0$	g est dérivable en 0 et on a $g'(0) = \frac{1}{2}$	g n'est pas dérivable en 0
3°)	La forme exponentielle de $-3e^{-i\frac{\pi}{8}}$ est :	$3e^{-i\frac{\pi}{8}}$	$-3e^{i\frac{\pi}{8}}$	$3e^{i\frac{7\pi}{8}}$
4°)	Si z est une racine 7 ^{ème} de 1 et $z \neq 1$ alors	$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 = 0$	$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 = 1$	$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 = z^7$

Exercice n°2 (6pts)

1°) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - (3 + 4i)z - 8 + 6i = 0$.

2°) Soit dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^3 - (1 + 4i)z^2 - (14 + 2i)z - 16 + 12i = 0$.

a – Vérifier que (-2) est une solution de l'équation (E) .

b – Factoriser $z^3 - (1 + 4i)z^2 - (14 + 2i)z - 16 + 12i$.

c – Résoudre alors l'équation (E) .

b-mehdi.jimdo.com

3°) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = -1 + 2i$ et $z_B = 4 + 2i$.

a – Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique en déduire que le triangle OAB est rectangle.

b – Soit \mathcal{C} le cercle circonscrit au triangle OAB et D le point d'affixe $4 - 3i$.

Faire un schéma et montrer que la droite (OD) est tangente à \mathcal{C} .

Exercice n°3

(3pts)

En appliquant le théorème des inégalités des accroissements finis à la fonction

$f(x) = \operatorname{tg}x$ sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ montrer que :

pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ on a : $x \leq \operatorname{tg}x \leq 2x$.

Exercice n°4

(8pts)

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x - 3}$.

1°) Donner D_f et calculer $f(0)$.

2°) a – Vérifier que $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x - 3}$.

b – En déduire que $\Delta : y = x + 1$ est une asymptote oblique de Cf.

c – Donner la position de Cf par rapport à Δ .

3°) Etudier les variations de f et donner son tableau de variation.

4°) Tracer Cf et Δ .

5°) Montrer que f réalise une bijection de $] - \infty, 2]$ vers un intervalle J à préciser.

6°) Calculer $(f^{-1})'\left(\frac{2}{3}\right)$.