

Lycée T.H.REGUEB	Devoir de synthèse n°1	Prof : NOUREDDINE KHLIFI
Niveau BAC T	Mathématiques	Durée 2H -- 19/12/2020

EXERCICE N°1(8points)

Dans le plan complexe rapporté à un orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

I) On considère les points A,B et D d'affixes respectives :

$$z_A = 2i ; z_B = -\sqrt{3} + i \text{ et } z_D = -\sqrt{3} - i$$

- 1) Ecrire z_A, z_B et z_D sous forme exponentielle
- 2) Représenter les points A ; B et D
- 3) Montrer que OABD est un losange
- 4) Soit M le point d'affixe $Z = \frac{z_A - z_B}{z_D - z_B}$
 - a/ Calculer la distance OM (sans Ecrire Z sous forme algébrique)
 - b/ Ecrire Z sous forme algébrique
 - c/ Ecrire Z sous forme exponentielle
- 5) Déduire une mesure de l'angle $(\widehat{BD; BA})$

II) On considère les points E,F et K d'affixes respectives

$$z_E = \frac{1+i}{\sqrt{2}e^{i\alpha}} ; z_F = \frac{1-i}{\sqrt{2}e^{i\alpha}} \text{ et } z_K = z_E + z_F \text{ avec } \alpha \text{ est un réel}$$

- 1) Montrer que $z_E = e^{i(\frac{\pi}{4}-\alpha)}$ et $z_F = e^{-i(\frac{\pi}{4}+\alpha)}$
- 2) Montrer que OEKF est un carré

EXERCICE N°2(8points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$

On désigne par ξ_f sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) a/ Etudier les branches infinies de ξ_f
b/ Dresser le tableau de variation de f
- 2) a/ Donner une équation de la tangente T au point d'abscisse 0
b/ Etudier la position relative de ξ_f et T
c/ En déduire que le point A(0,2) est un point d'inflexion de ξ_f
- 3) a) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on précisera.
b) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une seule solution sur \mathbb{R}
- 4) Construire T et ξ_f puis Tracer $\xi_{f^{-1}}$ dans le même repère

EXERCICE N° 3 :(4points)

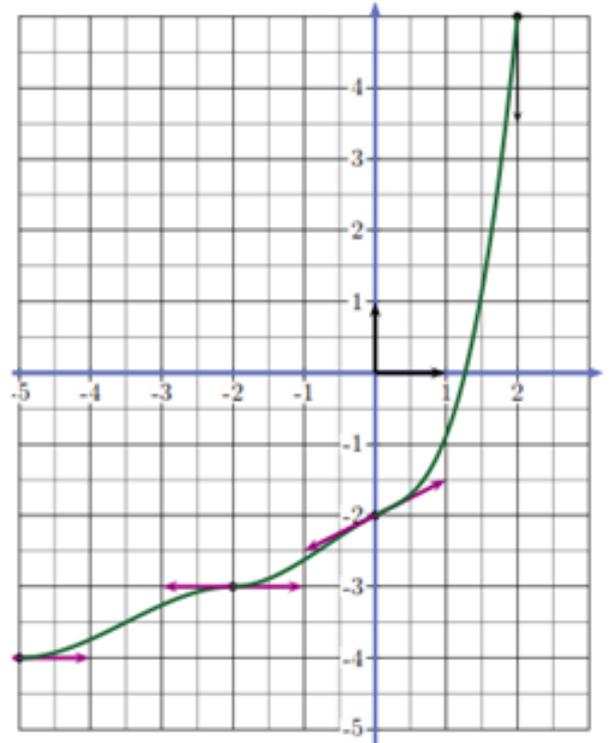
La courbe ξ_f représentée ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5,2]$. On sait que f est continue et dérivable sur $[-5,2[$.

Sur la figure sont tracées les tangentes à ξ_f au points d'abscisses respectives -5 , -2 , 0 et 2 .

On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f

1) Déterminer graphiquement :

- $f'_d(-5)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)-5}{x-2}$
- $f'(0)$
- $(f \circ f)'(0)$
- $f''(0)$
- $f([-5,2])$
- $f^{-1}(-2)$
- $(f^{-1})'(-2)$



BON TRAVAIL