Lycée S.C.J Gafsa A /S 2019-2020	*DEVOIR DE CONTROLE N°1*	*Prof: Slimen.Lazher* Niveau :$4^{ème}T_1$

Exercice N°1(4pts) :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse en **justifiant votre réponse.**

1/Soit z un nombre complexe. Si $\theta = \arg(z)$ alors un argument de $\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{z}}$ est :

a) $\frac{\pi}{2} + \theta$ b) $\frac{\pi}{2} - \theta$ c) θ

2/ Soient A, B et M trois points du plan d'affixes respectives Z_A, Z_B et Z_M. L'ensemble des M tel que $(Z_B - Z_M) = -i\sqrt{2}(Z_A - Z_M)$ est

a) la médiatrice de $[AB]$ b)le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B

c)La droite (AB)

3/ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin(\frac{4}{x})$ est égal :

a) 1 b) 4 c) 0

4/Si f est une fonction vérifiant pour tout $x > 1$ $f(x) \leq -x + \cos x$ alors :

a) f n'admet pas une limite en $(+\infty)$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Exercice N°2(8pts) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x+\cos(\pi x)}{x-1} & si\ x < 1 \\ \sqrt{x^2+3} - 1 & si\ x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ a-Montrer que pour tout $x < 1$ on 'a : $\frac{x+1}{x-1} \leq f(x) \leq 1$

b-Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

2/a- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$

b- Interpréter graphiquement le résultat

3/a- On posons $X = x - 1$, Montrer que $\frac{x+\cos(\pi x)}{x-1} = 1 + \frac{1-\cos(\pi X)}{X}$

b- En déduire $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

c-Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

4/a-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution $\alpha \in]-\frac{1}{2}, 0[$

b-Vérifier que $\sin(\pi\alpha) = -\sqrt{1-\alpha^2}$

Exercice N°3(8pts) :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.On considère les points

A, B et C trois points d'affixes $Z_A = 1 - i$, $Z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ et $Z_C = 2$ et $\boldsymbol{\xi}$ le cercle de centre C et de rayon 2

1/a-Vérifier que $B \in \boldsymbol{\xi}$

b-Placer les points A et C puis construire le point B

2/a-Ecrire Z_A sous forme exponentielle.

b-Ecrire $\frac{Z_B}{Z_A}$ sous forme algébrique

c-Montrer que $\frac{Z_B}{Z_A} = \left(1 + \sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$

d-En déduire la forme exponentielle de Z_B et déduire la valeur exacte de $\sin(\frac{\pi}{12})$

3/Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tel que $|z| = |\bar{z} - 1 - i|$

4/Pour tout point M du plan d'affixe $z \neq 2$, on associe le point M' d'affixe Z' tel que $z' = -3i(\frac{z-1+i}{z-2})$

a-Déterminer l'ensemble des ponts $M(z)$ tel que z' soit réel

b-Montrer que $OM' = 3\,\frac{AM}{CM}$

c-En déduire l'ensemble de ponts M' lorsque M décrit la médiatrice de $[AC]$