Exercice N°1(2pts) :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse

1/Soit le nombre complexe $z = -2e^{i\frac{\pi}{3}}$

a)$\arg(z) \equiv \frac{4\pi}{3}[2\pi]$ b) $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ $\arg(z) \equiv \frac{-\pi}{3}[2\pi]$

2/Sachant que $e^{i\theta}$ est solution de l'équation : $z^2 - 2\cos\theta\, z + 1 = 0$, alors l'autre solution est :

a)$i\cos\theta$ b) $ie^{i\theta}$ c) $e^{-i\theta}$

Exercice N°2(5pts) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1-\cos x}{x^2} & si\ x < 0 \\ 2x + \sqrt{x^2+1} & si\ x \geq 0 \end{cases}$

On désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/Montrer que f est continue en 0

2/a-Montrer que pour tout $x < 0$ on 'a :$\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2}$.

b/Déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement le résultat.

3/a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b-Montrer que $\Delta: y = 3x$ est une asymptote oblique à Cf au voisinage de $(+\infty)$

Exercice N°3(5pts) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$

1/Dresser le tableau de variation de f

2/a-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α

b-Vérifier que $\alpha \in]-2, -1[$

c-Donner un encadrement de α d'amplitude 0.5

3/Montrer que $\alpha = \frac{\alpha^2+1}{1-\alpha^2}$

4/Montrer que Cf admet un point d'inflexion que l'on précisera

Exercice N°4(8pts) :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère les points A , B et C d'affixes respectives :$Z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $Z_B = -i$ et $Z_C = \sqrt{3}$

A tout point M du plan d'affixe $z \neq -i$, on associe le point M' d'affixe $Z' = \frac{Z-\sqrt{3}}{1-iZ}$

1) a/Vérifier que $-iZ' = \frac{Z-\sqrt{3}}{Z+i}$

b/Déduire l'ensemble des points M tel que Z' soit un réel

2)a/Montrer que $|Z'| = \frac{CM}{BM}$

b/ Déduire l'ensemble des points M lorsque M' varie sur le cercle trigonométrique de centre O

3)Soit le nombre complexe $W = \frac{Z\prime - i}{Z-i}$ tel que $Z \in \mathbb{C}\backslash\{-i|i\}$

a/Vérifier que $(Z - i)(1 - iZ) = -i(Z^2 + 1)$

b/Déduire que $W = \frac{-Z_A}{Z^2+1}$

4)On pose $Z = e^{i\theta}$ avec $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$

a/Montrer que $W = \frac{-e^{-i\theta}}{e^{i\theta}+e^{-i\theta}} . Z_A$

b/Donner la forme exponentielle de Z_A

c/Déduire en fonction de θ le module et un argument de W

BON TRAVAIL