Lycée ibn khaldoun –Skhira | *Devoir de contrôle N°1* | *Niveau : 4ème tech1*

Prof Saemongi | *Année scolaire 2017/2018* | *durée : 2 heures*

Exercice N°1:(4 points) *Les deux parties sont indépendantes.*

Partie A : *Répondre aux questions*

1) *Si O, I, M trois points d'affixes respectives o , -1 - i et z tels que |(1+i) z+ 2i|= 3 quel est l'ensemble des points M .*

2) *Quelle est la forme polaire de* $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}$.

Partie B : *Ajouter l'hypothèse qui manque dans chaque phrase*

1) *Si* $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ *existent alors* $\lim_{x\to 0} f(x)$ *existe .*

2) *Si f et g deux fonctions tels que* $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ *alors* $\lim\limits_{x\to a} gof(x)=L$.

Exercice N°2:(6 points)

On donne dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ *les points A , B et C d'affixes respectives* $z_1=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $z_2=\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$ *et* $z=z_1+z_2$

1/a) Ecrire sous forme exponentielle de z_1 *et* z_2

b) Placer les points A , B et C.

c) Vérifier que OACB est un carré.

2/ a) Montrer que $z=(1+i)e^{i\frac{\pi}{6}}$

b) Déterminer la forme trigonométrique de z.

c) Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et de $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

Exercice N°3: (6 points)

Soit la fonction f est définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{x} & \text{si } x<0 \\[2ex] f(x)=\dfrac{x^2\sin(\frac{2}{x})}{1+x} & \text{si } x>0 \end{cases}$$

1/a) Montrer que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$ on a : $\dfrac{-x^2}{1+x}\le f(x)\le\dfrac{x^2}{1+x}$

b) Déduire la limite de f à droite en 0

2/a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin(\frac{2}{x})=2$. *En déduire* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1er pas du bac vers la faculté

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3/ Soit h la fonction définie sur $]-1,+\infty[$ par $h(x)=f(-\sqrt{x+1})$

a) Montrer que pour tout x de $]-1,+\infty[$ on a : $(-\sqrt{x+1})\in\,]-\infty,0[$

b) En déduire que h est continue sur $]-1,+\infty[$

Exercice N°4: (4 points)

Annexe à rendre avec les copies

Nom :……………………… Prénom :……………………	Classe : $4^{ème}$ tech1. N°:…….

I- Cocher l'unique réponse exacte dans chacun des cas suivants :

1)Si f est une fonction continue sur l'intervalle [-2,4] tels que $f(-2)=2$ *et* $f(4)=-1$

Alors l'équation : $f(x)=1$

☐ admet une unique solution dans [-2,4] ☐ admet au moins une solution dans [-2,4] ☐ n' admet pas de solution dans [-2,4]

2)Soit $z = \left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2$ *avec* $\theta \epsilon [0,2\pi[$ *alors :*

☐ $z = \cos(2\theta)$ ☐ $z = 1$ ☐ $z = \sin(2\theta)$

*II- Pour chacune des trois propositions suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**.*

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) Si z est un nombre complexe d'argument $\frac{p}{3}$ *alors* z^{2010} *est un nombre réel.* ☐

2) l'ensemble des points M d'affixe z différent de 1 du plan telle que $\left|\frac{z}{1-z}\right| = 1$ *est une droite parallèle à l'axe des réels.* ☐

Avec mes encouragements

Saemongi