Lycee .s .Iben Charaff Nadhour	DEVOIR DE CONTROLE N°1	classe : 4 tech 1
Prof : Elbekri..R	mathématiques	octobre 2017

Exercice n°1 (4pts)

On donne le nombre complexe $Z = \sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$

1)a)donner la forme algébrique de Z^2

b)déduire la forme exponentielle de Z^2

2)déduire la forme exponentielle de Z

3)donner les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{8})$ et $\sin(\frac{\pi}{8})$

Exercice n°2 (6pts)

le plan est muni du repère orthonormé $(o, \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = -i$ M($z \neq -i$)on associe le point M'(z') ; $z' = \frac{1-z}{1-iz}$

1)prouver que $|z'| = \frac{AM}{BM}$

2)déduire l'ensemble des points M(z) tel que $|z'| = 1$

3) déterminer l'ensemble des points M(z) tel que z' est réel

4)a)vérifier que (z'+i)(z+i)= -1+i puis déduire BM.BM' = $\sqrt{2}$ et $(\widehat{\vec{u}; \overrightarrow{BM}}) + (\widehat{\vec{u}; \overrightarrow{BM'}}) \equiv \frac{3\pi}{4} [2\pi]$

b)déterminer l'ensemble des points M'(z') lorsque le point M décrit le cercle $\zeta_{(B;1)}$

c)déterminer l'ensemble des points M'(z') lorsque le point M décrit la demi-droite $[o; \vec{u})$

Exercice n°3(6,5pts)

Soit la fonction f sur$\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3} - 3 \ si\ x < 1 \\ 2x - 3 + \frac{2}{x}\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) si\ x \geq 1 \end{cases}$ on désigne par (Cf) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

1)a)calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

b)Montrer que $\lim_{x\to-\infty}[f(x) + x] =$ -3 puis interpréter le résultat géométriquement

2)a)montrer que pour tout $x \epsilon [1; +\infty[$ on à : $2x - 4 \leq f(x) \leq 2x - 2$

b)en déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

3)a)montrer que f est continue en 1

b)prouver que f est continue sur $\mathbb{R}$

4) a)montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\propto \in]1; 2[$

b)vérifier que $\cos\left(\frac{\pi\propto}{2}\right) = \frac{3}{2}\propto - \propto^2$

Exercice n°4(3,5pts)

la figure suivante est la représentation graphique dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$

- *(cf) admet une tangente horizontale au point A(-1 ;2,7)*
- *La tangente à (cf) au point B(0 ;2) passe par le point D (2 ;0)*
- *l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à (cf) au voisinage de $(+\infty)$*
- *(cf)admet une branche parabolique de direction $(o,\vec{j})$ au voisinage de $(-\infty)$*

par lecture graphique :

déterminer:

1)a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=$........

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=$......

$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}=$ ....

b) $f(-2)$ =...........

$f'(-1)=$ ......

$f'(0)=$ ....

2)dresser le tableau de variation de f

3)la fonction h est restriction de f sur [-1 ;+∞[

montrer que l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution $\propto$

....

....

....

....

4)soit la fonction g définie par g(x) = $\frac{1}{f(x)}$

a) *déterminer le domaine de définition de g : Dg=*......................

b) *déterminer* $\lim_{x\to+\infty} g(x)=$........

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=$......