Epreuve Mathématiques Lycée sbeitla

DEVOIR DU CONTROLE N°2

$3^{ième}$ MATHS

Professeur Bellili Mongi 04 - 02 - 2018

EXERCICE N°1 **08 pts**

Soit f la fonction définie par $f(x) = 1 - \cos 2x + 2\cos x$ *et* ζ_f *sa courbe représentative dans un repère orthogonal* $(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) **a.** *Montrer que f est paire et périodique de période* 2π

b. *Déduire qu'on peut étudier f sur* $[0,\pi]$

c. *Montrer que pour tout* $x \in [0,\pi]$ *on a:* $f'(x) = 2\sin x.(2\cos x - 1)$

d. *Dresser le tableau de variation de f sur* $[0,\pi]$

2°) *Tracer la courbe de la restriction de f à l'intervalle* $[0,\pi]$ *puis à* $[-2\pi,3\pi]$

3°) *soit g la fonction définie sur* $]-\pi;\pi[$ *par :* $g(x) = \dfrac{f(x)-2}{\sin x}$ *si* $x \neq 0$ *et* $g(0) = 0$

Etudier la continuité puis la dérivabilité de g en 0

EXERCICE N°2 **03 pts**

Soit (U_n) *la suite définie sur IN par :* $U_0 = \dfrac{1}{2}$ *et* $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2 - U_n}$

1°) **a.** *Montrer que pour tout n∈ IN on a :* $0 < U_n \leq \dfrac{1}{2}$

b- *Etudier la monotonie de* (U_n)

2°) *Soit* (V_n) *la suite définie sur IN par :* $V_n = \dfrac{1}{U_n} - 1$

a. *Montrer que* (V_n) *est une suite géométrique de raison 2 .*

b. *Exprimer* V_n *puis* U_n *en fonction de n*

EXERCICE N°3 **09 pts**

I°) *Pour tout entier naturel n , on considère les nombres :*

$$a_n = 11 \times 13^n + 2 \qquad et \qquad b_n = 7 \times 13^n + 1$$

1°) a- *Montrer que le nombre* a_2 *est premier .*

b- *Déduire que le nombre :* $2018^{1860}-1$ *est divisible par* a_2

2°) a- *Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel* n : b_n+1 *est divisible par 3*

b- *En déduire le reste de la division euclidienne de :* $7\times 13^{2018}+10$ *par 3.*

3°) *Soit d un diviseur commun de* a_n et b_n

a- *Montrer que d est un diviseur de 3.*

b- *En déduire que* a_n et b_n *sont premiers entre eux.*

II°) a- *Vérifier que couple (2, 1) est une solution de l'équation (E) :* $7x-11y=3$

b- *Vérifier que l'équation (E) est équivalente à :* $7(x-2)=11(y-1)$

c. *Déterminer tous les couples* (x,y) *d'entiers naturels tels que :* $7(x-2)=11(y-1)$

d *- Déterminer les coordonnées entières des points de la droite D : 7x – 11y – 3 = 0 comprises entre 0 et 1*

III°) *Résoudre dans* $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ *le système :* $S:\begin{cases} a\wedge b=11 \\ a\vee b=770 \\ a\geq b \end{cases}$

BON TRAVAIL

EXERCICE N°5 Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=(\sin x)^2$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) Montrer que f est périodique de période π et étudier la parité de f

2) Montrer que $f'(x)=\sin 2x$, puis dresser le tableau de variation de f sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

3) Construire la restriction de la courbe de f à l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$.

4) soit g la fonction définie par : $g(x)=\frac{x(1-\cos 2x)}{\sin^2 x}$ si $x \neq 0$ et $g(0)=0$

Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 0