Lycée : Mateur   *Epreuves : Mathématiques*   Mr : Amri Lotfi

Devoir de contrôle N° 3

A . S : 2011-2012   05-05-2012   Durée : 2h   Classe : 3M

<u>Exercice N° 1</u>:(5points) (les questions 1, 2 , 3 et 4 sont indépendants)

1) Montrer, par récurrence , que pour tout entier naturel n, $4^n - 1$ est divisible par 3 — 0,75

2) Déterminer les entiers naturels a et b tels que 35(a+10) = 27(b+13) — 0,75

3) Déterminer l'ensemble de tous les couples (a ; b) d'entiers naturels solutions du système : $\begin{cases} a.b = 1800 \\ a \wedge b = 15 \end{cases}$ — 0,75

4) Soit $a = n^2 + 3n + 2$ et $b = 2n + 3$

a) vérifier que 2a = (n+1)(2n+3) + n+1 — 0,5

b) Monter que a et b sont premiers entre eux pour tout entiers naturel n — 0,75

c) Montrer que pour tout entiers naturel n on a

$(2n+3) \wedge (3n+12) = (2n+3) \wedge 15$ — 0,75

d) En déduire l'ensemble des entiers naturels n vérifiant :

$(2n+3)n$ divise $(3n+12)(n^2 + 3n + 2)$ — 0,75

<u>Exercice N°2</u> :(5points)

1) Montrer que n(n+1)(2n+1) est divisible par 6 pour tout entier n∈ IN — 1

2) Montrer que si n est un entier naturel impair alors n^2 est impair — 0,5

3) Une urne contient 1 boule portant le n°1 ; 2^2 boule portant le n°2 ; 3^2 boule portant le n°3 …… et n^2 boule portant le n° n où n ∈ IN .On tire une boule de l'urne et on suppose que tout les tirages sont équiprobables

a) Montrer, par récurrence, que le nombre de boule dans l'urne est égal à $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ pour tout $n \geq 1$. 0,75

b) On suppose que n est pair. Calculer, en fonction de n, la probabilité des évènements suivants : 2

A : ≪ Obtenir une boule portant un numéro pair ≫

B : ≪ Obtenir une boule portant un numéro impair ≫

c) On suppose dans toute la suite que le nombre totale des boule est 91 0,75

Calculer la probabilité d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 5

<u>Exercice N°3</u> :(5points)

Une urne contient 4 boules blanches numérotés 1 ; 1 (-1) ; 4 et deux boules rouges numérotés (-1) ; 4 indiscernable au toucher .

1) On tire au hasard et simultanément deux boule de l'urne

Calculer la probabilité des évènements suivants

A : ≪ tirer deux boules de même couleur≫ 1

B : ≪ tirer deux boules dont la somme des numéros inscrit est nul ≫ 1

C : ≪ tirer deux boules de même couleur ou dont la somme des numéros inscrit est nul ≫ 1

2) On tire successivement et sans remise deux boule de l'urne, on note par a le numéro de la première boule tirée et par b le numéro de la deuxième boule tirée puis on forme l'équation du second degré (E) : $ax^2 + 2x + b = 0$

Calculer la probabilité des évènements suivants :

H : ≪ (E) admet une racine double ≫ 1

K : ≪l'ensemble des solutions de (E) est $\{ 1-\sqrt{5} ; 1+\sqrt{5} \}$ ≫ 1

<u>Exercice N° 4</u> : (5points)

On donne la fonction f définie sur IR par $f(x)$ = aSin(2x) + b(1 – Cos(2x)) où a ;b$\in$ IR

1) Déterminer a et b sachant que f admet un extrémum au point $x_0 = \frac{\pi}{6}$ — 0,5

et $f(\frac{2\pi}{3})$ = -3

0,5

2) Montrer alors que f(x) = 2Cos(2x - $\frac{\pi}{3}$) – 1 pour tout x $\in$ IR — 0,5

3) a)Montrer que f est périodique de période π — 1

b) Dresser le tableau de variation de f sur [0 ;π] — 1

c) Tracer Cf dans un repère orthonormée (O ;$\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$) pour x $\in$ [$\frac{-\pi}{2}$; 2π]

4) Soit g la fonction définie sur [-2π ;2π] par g(x) = 2Cos(2|x| - $\frac{\pi}{3}$) – 1

a) Vérifier que g est paire — 0,5

b) Tracer Cg, dans le même repère, à partir de Cf. Justifier — 1

BON TRAVAIL