

Récurtivité

Exercice 1 :

Proposez un algorithme récursif de calcul du produit de deux entiers naturels a et b en supposant que les seules opérations de base dont vous disposez sont

- ✂ La somme de deux entiers a et b : $a + b$
- ✂ Le retrait de 1 à un entier a : $a - 1$
- ✂ La comparaison à 0 d'un entier a : $a = 0$

Exercice 2 :

L'algorithme d'Euclide permet de calculer le pgcd de deux nombres entiers, c'est à dire le plus grand entier positif divisant ces deux nombres, par des divisions successives.

Voici un exemple de déroulement de cet algorithme pour le calcul du pgcd de $a = 119$ et $b = 544$

$$119 = 544 \times 0 + 119$$

$$544 = 119 \times 4 + 68$$

$$119 = 68 \times 1 + 51$$

$$68 = 51 \times 1 + 17$$

$$51 = 17 \times 3 + 0$$

Exprimez de manière récursive cet algorithme. Vous pourrez supposer que les deux entiers a et b sont positifs ou nuls, et que l'un au moins de ces deux entiers n'est pas nul

Exercice 3 :

1-Ecrire une fonction récursive qui calcule la somme des inverses des carrés des n premiers entiers naturels non nuls.

2-On désire ensuite écrire un algorithme plus complet qui, après le calcul précédent, évalue et affiche l'écart (à ε près) avec la limite de cette somme qui vaut $\frac{\pi^2}{6}$ (rappel : $\frac{\pi^2}{6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$)