Lycée H. Souk 1 Jerba	Devoir de contrôle N : 1	3 Technique 4	Nom :
Prof : Loukil Mohamed	Durée : 2 Heures	15 Nov 2013	Prénom :

EXERCICE N : 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux .

1) Si f admet une limite en un réel x_0 alors f est continue en x_0 .

2) Si f est continue à gauche et à droite du réel x_0 alors f admet une limite en x_0 .

3) Si f est continue sur chacun des intervalles $[\,1\,;2\,]$ et $]\,2\,;3\,]$ alors f est continue sur $[\,1\,;3\,]$.

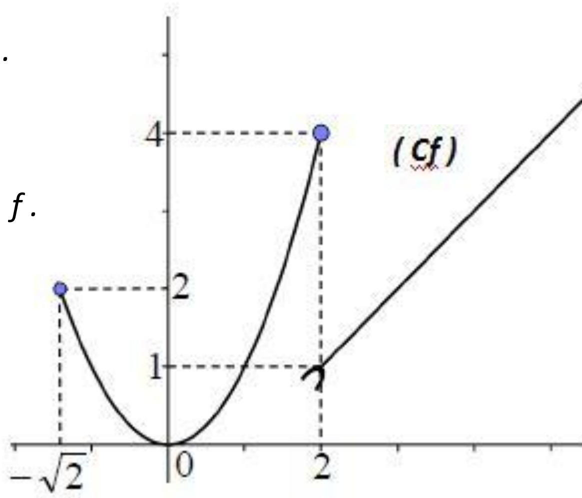
4) Si $f(x) \leq 3$ pour tout $x \in D_f$ alors 3 est un maximum absolu de f sur D_f .

5) La fonction: $x \rightarrow x\sqrt{\dfrac{1}{x^2}}$ n' a pas de limite en 0 .

6) Si la fonction $|f|$ est continue sur IR alors f est continue sur IR .

EXERCICE N : 2 (8 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f .



1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) Déterminer le domaine de continuité de f .

3) Préciser le(s) extrema de f et leur nature .

4) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{f(x)}$.

5) Déterminer l'ensemble des réels m pour lesquelles l'équation : $f(x) = m$ admet exactement deux solutions .

6) On donne : $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-2}+x & \text{si} \quad x < -\sqrt{2} \\ f(x) & \text{si} \quad -\sqrt{2} \leq x \leq 2 \\ \dfrac{x^2+(\alpha-2)x-2\alpha}{x-2} & \text{si} \quad 2 < x \end{cases}$ où α paramètre réel .

On désigne par **(C g)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.

b) Etudier la limite de g en $(-\sqrt{2})$.

c) g est elle continue en $(-\sqrt{2})$? Justifier la réponse .

d) Déterminer le réel α pour que g soit continue en 2 .

EXERCICE N : 3 (2.25 points)

Pour chacune des questions suivantes cocher la seule réponse correcte .

1) *Le plan est orienté , $(\widehat{\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{2014\pi}{2013}$ [2π] . La mesure principale de ($\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$) est :*

☐ $\frac{\pi}{2013}$ ☐ $-\frac{2012\pi}{2013}$ ☐ $\frac{2012\pi}{2013}$

2) $\cos\left(\frac{11\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) =$

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{4}$ ☐ 0

3) *Le plan est orienté , si* $(\widehat{\vec{u} ; \vec{v}}) \equiv \frac{3\pi}{7}[2\pi]$ *alors :*

☐ $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv -\frac{4\pi}{7}[2\pi]$ ☐ $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv \frac{4\pi}{7}[2\pi]$ ☐ $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv -\frac{3\pi}{7}[2\pi]$

EXERCICE N : 4 (6.75 points)

I) Soit $\mathbf{A}(x) = \sin(\pi + x)\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$. Montrer que $\mathbf{A}(x) = \cos(2x)$.

II) Soit $f(x) = \cos(2x) - \sin(2x) + 1$.

1) a) Calculer $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

b) Justifier que la fonction f n'est ni paire et ni impaire .

2) a) Montrer que : $f(x) = 2\cos x\,(\cos x - \sin x)$.

b) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

3) Soit $g : [0, \pi] \longrightarrow IR$; $x \longmapsto g(x) = \frac{\cos(2x)}{f(x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Montrer que pour tout $\in D_g$; $g(x) = \frac{1+tg\,x}{2}$. **« On peut utiliser $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ »**

c) Calculer $g\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis déduire que : $tg\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

Bon travail. ☺