Lycée Remada Tataouine — Professeur : M[r] Hamdi zantour
Année Scolaire : 2017 – 2018 — Classe : 3ème Technique
Date : 13 Avril 2018 — Durée : 2 heures

Devoir de contrôle N°4

Mathématiques

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison $q = \dfrac{-3\sqrt{7}}{8}$ alors	❒ (U_n) diverge vers $-\infty$ ❒ (U_n) converge vers 0 ❒ (U_n) converge vers $-\sqrt{7}$
2. A et B sont deux points distincts et fixes. L'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{BM} = -5$ est	❒ vide ❒ un cercle ❒ une droite
3. Soit (V_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = 1 + V_n + V_n^2 \end{cases}$	❒ (V_n) est croissante ❒ (V_n) est décroissante ❒ (V_n) est non monotone
4. On se donne une suite réelle (x_n) définie sur $\mathbb{N}$. Le nombre de termes de la somme : $x_6 + x_9 + +x_{12} + \cdots\cdots + x_{150}$ est égal à	❒ 145 ❒ 96 ❒ 49

Exercice 2 (7 points)

On se donne la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{1 + U_n} \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que la suite U n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2. a) Démontrer, par récurrence, que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $0 < U_n \leqslant 3$

   b) En déduire que la suite U est bien définie.

3. Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2}$

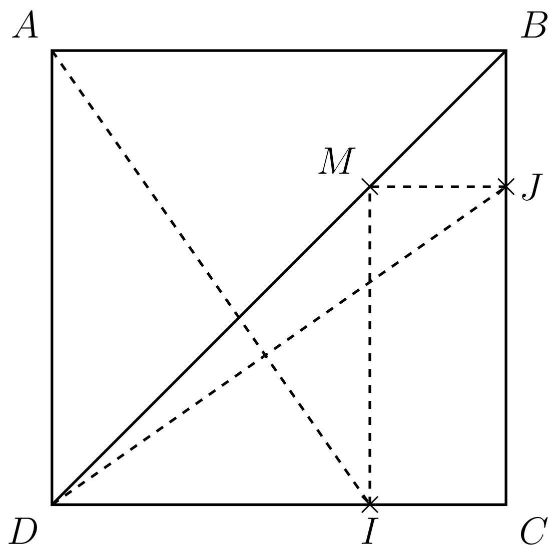
   a) Montrer que la suite V est géométrique de raison $q = -\dfrac{1}{2}$

   b) Exprimer V_n en fonction de n puis vérifier que la suite V converge.

   c) Déterminer le terme général de la suite U puis déduire quelle converge vers 1.

Exercice 3 (4 points)

On considère le carré $ABCD$ ci-dessous. M est un point appartenant à la diagonale $[BD]$. On note I le projeté orthogonal de M sur (DC) et J le projeté orthogonal de M sur $[BC]$.



1. Etablir la relation suivante : $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JC}$
2. En déduire que : $(AI) \perp (DJ)$

Exercice 4 (5 points)

$ABCD$ est un carré de côté 2 et de centre O. On note I le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 2$ est la droite (OI).
2. On donne l'ensemble : $E = \{M \in \mathscr{P} \,;\, \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 4\}$

   a) Démontrer que l'on a : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - 1$, pour tout point $M \in \mathscr{P}$

   b) Vérifier que C est un point de l'ensemble E.

   c) Caractériser alors puis construire l'ensemble E.