Prof. : M^r KACEM Houcine
----
22 272 323

Résumé-CIN.1-
(PHYSIQUE)

Sciences physiques
Classe : 3ème Maths---Sc.exp.
Année scolaire : 2015-2016

Cinématique (1) : Etude cinématique d'un solide en mouvement de translation

A- GRANDEURS CINEMATIQUES

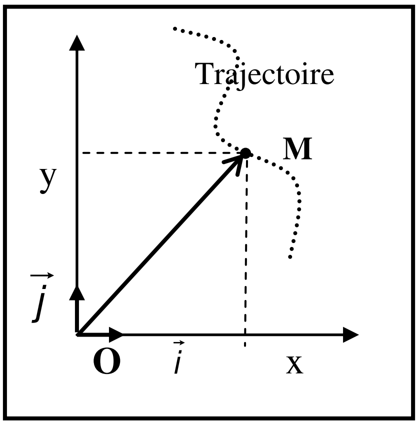
1/ POSITION D'UN MOBILE

* Repère d'espace $(O,\vec{i},\vec{j})$ (repérage cartésien)

* **Vecteur espace** : $\overrightarrow{OM}$ (appelé aussi vecteur position)

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$$

$$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



* Les équations horaires du mouvement

(Appelées aussi les lois horaires) : $\begin{cases} x = f(t) & [1] \\ y = g(t) & [2] \end{cases}$

* L'équation cartésienne de la trajectoire :Une relation entre x et y indépendante du temps t (On élimine le temps t entre les deux relations [1] et [2]

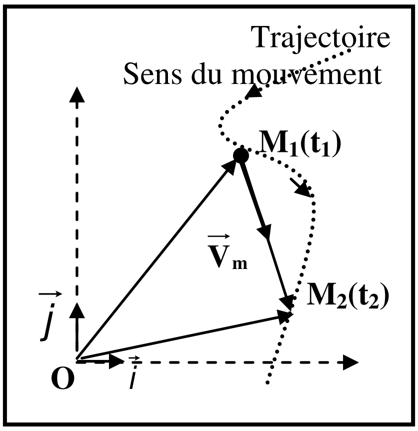
2/ VITESSE D'UN MOBILE

* Vecteur vitesse moyenne :

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$$

$\vec{V}_m$ a même direction et sens que $\overrightarrow{M_1M_2}$

$\Delta\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{M_1M_2} = \Delta x.\vec{i} + \Delta y.\vec{j}$ **: appelé vecteur déplacement**

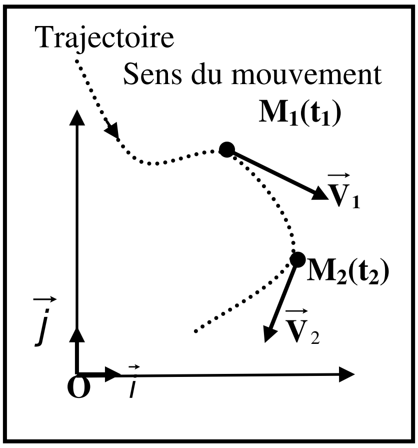


* Vecteur vitesse instantanée :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j}$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Le vecteur vitesse $\vec{V}$ au point M possède **la direction de la tangente** à la trajectoire au point M et **le sens du mouvement.** (Voir figure suivante pour $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$)



3/ ACCELERATION D'UN MOBILE

*** Vecteur accélération moyenne** :

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$\Delta\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ **: appelé variation du vecteur vitesse**

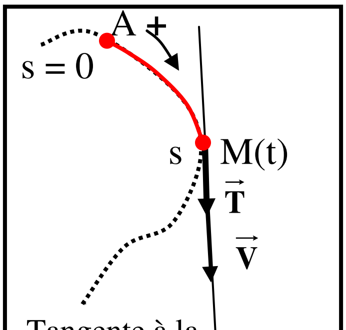
*** Vecteur accélération instantanée** :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} = \frac{dv_x}{dt}.\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}.\vec{j} = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}.\vec{j}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

*** Remarque** : * Connaissant x et y On peut déterminer les caractéristiques de $\overrightarrow{OM}$
* Connaissant v_x et v_y On peut déterminer les caractéristiques de $\vec{V}$
* Connaissant a_x et a_y On peut déterminer les caractéristiques de $\vec{a}$

4/ UN AUTRE MODE DE REPERAGE (UTILISATION DE L'ABSCISSE CURVILIGNE)



*** Repère d'espace** : choix d'une origine A : un point de la trajectoire (d'abscisse curviligne s = 0) et d'un sens positif
*** Abscisse curviligne** : $s = \overset{\frown}{AM}$
*** L' équation horaires du mouvement** $s = f(t)$

*** vitesse moyenne** :

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

*** Vecteur vitesse instantanée** :

Dans le repère $(M, \vec{T})$ on écrit : $\vec{V} = v.\vec{T}$ avec $v = \frac{ds}{dt}$

$\vec{T}$: Vecteur unitaire tangent à la trajectoire et orienté dans le sens positif choisi sur la trajectoire.

* <u>Vecteur accélération instantanée</u> : *Accélération tangentielle et Accélération normale*

Dans le repère de Frenet $(\mathbf{M},\vec{\mathbf{T}},\vec{\mathbf{N}})$ on écrit :

$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{T}} + \vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{N}} \qquad \vec{\mathbf{a}} = \mathbf{a}_{\mathbf{T}}.\vec{\mathbf{T}} + \mathbf{a}_{\mathbf{N}}.\vec{\mathbf{N}} \qquad \left\|\vec{\mathbf{a}}\right\| = \sqrt{\mathbf{a}_{\mathbf{T}}^2 + \mathbf{a}_{\mathbf{N}}^2}$$

Avec $\mathbf{a}_{\mathbf{T}}$: Accélération tangentielle

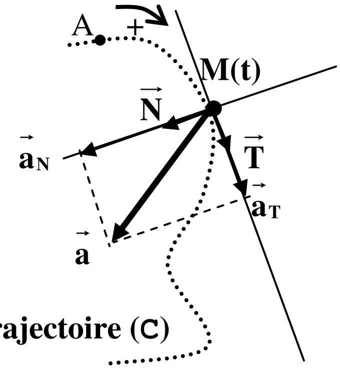
$\mathbf{a}_{\mathbf{N}}$: Accélération normale

$$\mathbf{a}_{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{dv}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{d^2s}}{\mathbf{dt^2}} \quad \text{et} \quad a_N = \frac{v^2}{r}$$

Avec **s** : Abscisse curviligne du mobile en M (à t)

$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{ds}}{\mathbf{dt}}$: vitesse du mobile en M (à la date t)

r : Rayon de courbure de la trajectoire en M



$\vec{\mathbf{T}}$: Vecteur unitaire tangent à la trajectoire**(C)** au point M et dirigé dans le sens positif indiqué sur la trajectoire.

$\vec{\mathbf{N}}$: Vecteur unitaire normal à $\vec{\mathbf{T}}$ au point M et dirigé vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire **(C)**

<u>* Remarque</u> : *Pour un mouvement **rectiligne** : $\mathbf{a_N = 0}$ $(r = \infty)$ .... $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{T}}$

*Pour un mouvement **rectiligne** <u>uniforme</u> : $\mathbf{a_N = 0}$ et <u>$a_T = 0$ (v = constante)</u> ...... $\vec{\mathbf{a}} = \vec{0}$

*Pour un mouvement **curviligne (ou circulaire)** <u>uniforme</u> : $\mathbf{a_N \neq 0}$ et <u>$a_T = 0$</u> ...... $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{N}}$

<u>Remarque</u>

<u>*Dans le repère d'espace</u> $(O,\vec{i},\vec{j})$ (repérage cartésien)

$$\overrightarrow{\mathbf{OM}} \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \Longrightarrow \vec{\mathbf{V}} \begin{cases} v_x = \frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} \\ v_y = \frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}} \end{cases} \Longrightarrow \vec{\mathbf{a}} \begin{cases} a_x = \frac{\mathbf{dv_x}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{d^2x}}{\mathbf{dt^2}} \\ a_y = \frac{\mathbf{dv_y}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{d^2y}}{\mathbf{dt^2}} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OM}} \begin{cases} x = \text{Primitive de } v_x \\ y = \text{Primitive de } v_y \end{cases} \Longleftarrow \vec{\mathbf{V}} \begin{cases} v_x = \text{Primitive de } a_x \\ v_y = \text{Primitive de } a_y \end{cases} \Longleftarrow \vec{\mathbf{a}} \begin{cases} a_x \\ a \end{cases}$$

***Dans le repère de Frenet** $(M,\vec{T},\vec{N})$

$$s = f(t) \Longrightarrow v = \frac{ds}{dt} \Longrightarrow a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

$$s = \text{Primitive de } v \Longleftarrow v = \text{Primitive de } a_T \Longleftarrow a_T$$

B- LE MOUVEMENT RECTILIGNE

1/ GENERALITES SUR LE MOUVEMENT RECTILIGNE

*** Vecteur espace :** $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$

*** Loi horaire du mouvement :** $x = f(t)$

*** Vecteur vitesse (instantanée) :** $\vec{V} = v.\vec{i} = \frac{dx}{dt}.\vec{i}$

*** Vecteur accélération (instantanée) :** $\vec{a} = a.\vec{i} = \frac{dv}{dt}.\vec{i} = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i}$

x , v et a sont des grandeurs algébriques dont le signe dépend respectivement des sens des vecteurs $\overrightarrow{OM}$, $\vec{V}$ et $\vec{a}$

2/ LE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME

*** Définition :** $\boxed{\vec{V} = \overrightarrow{\text{constante}} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}}$

*** Loi horaire du mouvement :** $\boxed{x = v.t + x_0}$ avec x_0 : **abscisse initiale** du mobile (à **t = 0s**)

◙ ou généralement : $x=v.(t-t_0)+x_0$ avec x_0 :abscisse du mobile à la date t_0

si t_0=0s on retrouve $x=v.t+x_0$

3/ LE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIE

*** Définition :** $\boxed{\vec{a} = a.\vec{i} = \text{constante}}$

*** Vitesse du mouvement :** $v = a.t + v_0$ **avec** v_0 : **vitesse initiale** du mobile (à **t = 0s**)

◙ ou généralement : $v=a.(t-t_0)+v_0$ avec v_0 :vitesse du mobile à la date t_0

*** Loi horaire du mouvement :**

$$x = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_0.t + x_0$$

avec v_0 : **vitesse initiale** et x_0 : **abscisse initiale** du mobile

◙ ou généralement : $x=\frac{1}{2}a.(t-t_0)^2+v_0.(t-t_0)+x_0$ avec v_0 :vitesse du mobile à la date t_0

et x_0 :abscisse du mobile à la date t_0

*** Une propriété du mouvement rectiligne uniformément varié:**

$v^2 - v_0^2 = 2.a.(x - x_0)$ O $\vec{i}$ **M_0** **($t = 0s$, $x = x_0$, $v = v_0$)** **M** **(t , x , v)**

$v_A^2 - v_B^2 = 2.a.(x_A - x_B)$ **A** **(t_A , x_A , v_A)** O $\vec{i}$ **B** **(t_B , x_B , v_B)**

*** Remarque: Les phases d'un mouvement rectiligne uniformément varié**

a) mouv. rect. uniformément accéléré $\Leftrightarrow$ $a.v > 0$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a}$ et $\vec{V}$ de même sens
b) mouv. rect. uniformément retardé $\Leftrightarrow$ $a.v < 0$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a}$ et $\vec{V}$ de sens contraires

4/ UN EXEMPLE DE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIE

(Chute libre Sans vitesse initiale ou avec vitesse initiale verticale)

La chute libre Sans vitesse initiale ou avec vitesse initiale verticale est un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération :

$$\vec{a} = \vec{g} \quad \begin{cases} \text{Direction : verticale} \\ \text{Sens : vers le bas} \\ \text{Valeur : } \|\vec{a}\| = \|\vec{g}\| \approx 10\,\mathrm{m.s^{-2}} \text{ :Accélération de pesanteur} \end{cases}$$

5/ LES EQUATIONS CINEMATIQUES DE LA CHUTE LIBRE

Sans vitesse initiale ou avec vitesse initiale verticale

$$x = \frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.t + x_0 \quad ; \quad v = g.t + v_0 \quad ; \quad v^2 - v_0^2 = 2.g.(x - x_0)$$

◙ ou généralement

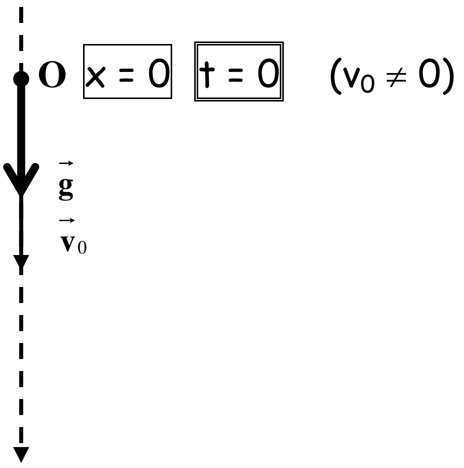
$$x = \frac{1}{2}.g.(t-t_0)^2 + v_0.(t-t_0) + x_0$$

$$v = g.(t-t_0) + v_0$$

avec v_0 :vitesse du mobile à la date t_0

et x_0 :abscisse du mobile à la date t_0

Exemple-1-

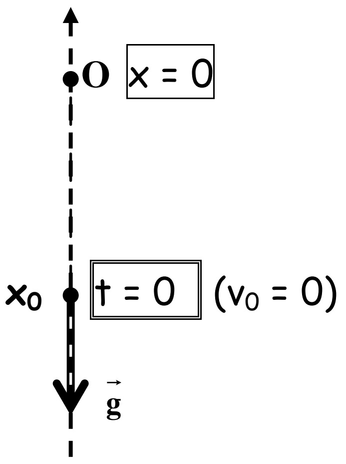


$x_0=0$

$v_0=\|\vec{v}_0\|>0$

$g=\|\vec{g}\|>0$

Exemple-2-

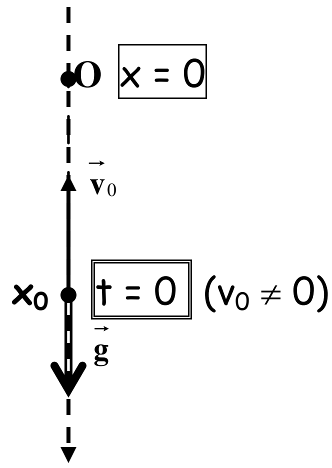


$x_0<0$

$v_0=0$

$g=-\|\vec{g}\|<0$

Exemple-3-



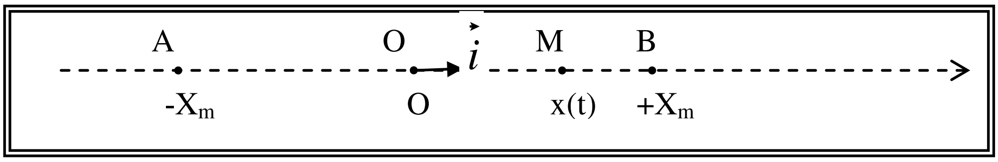
$x_0>0$

$v_0=-\|\vec{v}_0\|<0$

$g=\|\vec{g}\|>0$

C- LE MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOÏDAL

1. DEFINITION



- Repère d'espace : $(O,\vec{i})$
- Trajectoire : un segment de droite [AB] de centre O
- Son abscisse x(t) et une fonction sinusoïdale du temps.

2. VECTEUR ESPACE

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i}$$

3. x(t) :EQUATION HORAIRE

$$x(t) = X_m.\sin(\omega t + \varphi_x)$$

* $x(t)$: Abscisse ou élongation instantanée ………………………………… … (en m)
* X_m : Elongation maximale ou amplitude ……………………………….…… (en m)
* ω : Pulsation du mouvement …………………………… ………………..… (en rad.s^{-1})
* t : Temps ………………………… …………………………………….…………...(en s)
* φ_x : Phase initiale d'élongation …………………… …………………….…….. (en rad)
* $(\omega t + \varphi_x)$: Phase instantanée (Phase de x(t) à l'instant de date t………… ..(en rad)

Autres relations :

$$-X_m \le x \le +X_m \qquad X_m = \frac{AB}{2} \succ o \qquad \varpi = 2\pi N = \frac{2\pi}{T} \qquad N = \frac{1}{T}$$

Avec : N : Fréquence (en Hz) ………………… T : Période (en s)

3. VECTEUR VITESSE

$\boxed{\vec{v} = v.\vec{i}}$ avec $v = \dfrac{dx}{dt}$

4. $v(t)$: VITESSE INSTANTANEE

$\boxed{v(t) = V_m.\sin(\omega t + \varphi_v)}$

* $v(t)$: vitesse instantanée .... (en $m.s^{-1}$)
* V_m: Vitesse maximale ou amplitude de vitesse ...(en $m.s^{-1}$)
* φ_v : Phase initiale de la vitesse ... (en rad)
* $(\omega t + \varphi_v)$: Phase instantanée de la vitesse (en rad)
  (Phase de $v(t)$ à l'instant de date t)

$\boxed{V_m = X_m.\omega}$ $\boxed{-V_m \le v \le +V_m}$

$\boxed{\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}}$

Une relation entre x(t) et v(t) indépendante du temps

* Au point O : x = 0 et v = ± V_m
* Au point A : x = - X_m et v = 0
* Au point B : x = + X_m et v = 0

$$\boxed{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = X_m^2 \Leftrightarrow v = \pm\omega\sqrt{X_m^2 - x^2}}$$

5. VECTEUR ACCELERATION

$\boxed{\vec{a} = a.\vec{i}}$ avec $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$

6. $a(t)$: ACCELERATION INSTANTANEE

$\boxed{a(t) = A_m.\sin(\omega t + \varphi_a)}$

* $a(t)$: accélération instantanée ...... (en $m.s^{-2}$)
* A_m: Accélération maximale
  ou amplitude de l'accélération ...(en $m.s^{-2}$)
* φ_a : Phase initiale de l'accélération ... (en rad)
* $(\omega t + \varphi_a)$: Phase instantanée de l''accélération ...(en rad)
  (Phase de $a(t)$ à l'instant de date t)

$\boxed{A_m = X_m.\omega^2 = V_m.\omega}$ $\boxed{-A_m \le a \le +A_m}$

$\boxed{\Phi_a = \varphi_x + \pi = \varphi_v + \frac{\pi}{2}}$

Une relation entre x(t) et a(t) indépendante du temps

$\boxed{a = -\omega^2 x}$ $\boxed{\vec{a} = -\omega^2.\overrightarrow{OM}}$

* $\vec{a}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont toujours de sens contraires : $\vec{a}$ est centripète (toujours vers O)

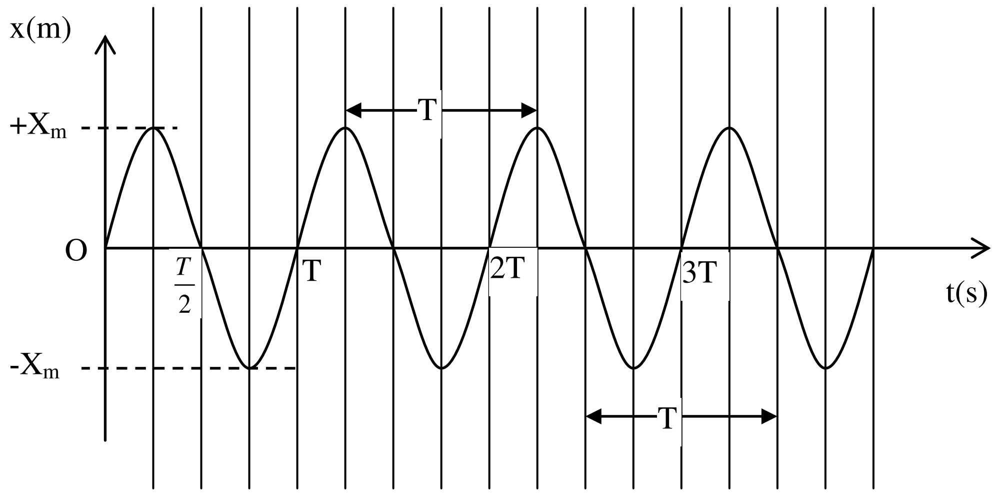
	A	O	B
Elongation :	$x_A = -X_m$	$x_O = 0$	$x_B = +X_m$
Vitesse :	$v_A = 0$	$v_O = \pm V_m$	$v_B = 0$
Accélération :	$a_A = +A_m$	$a_O = 0$	$a_B = -A_m$

D- LES UNITES

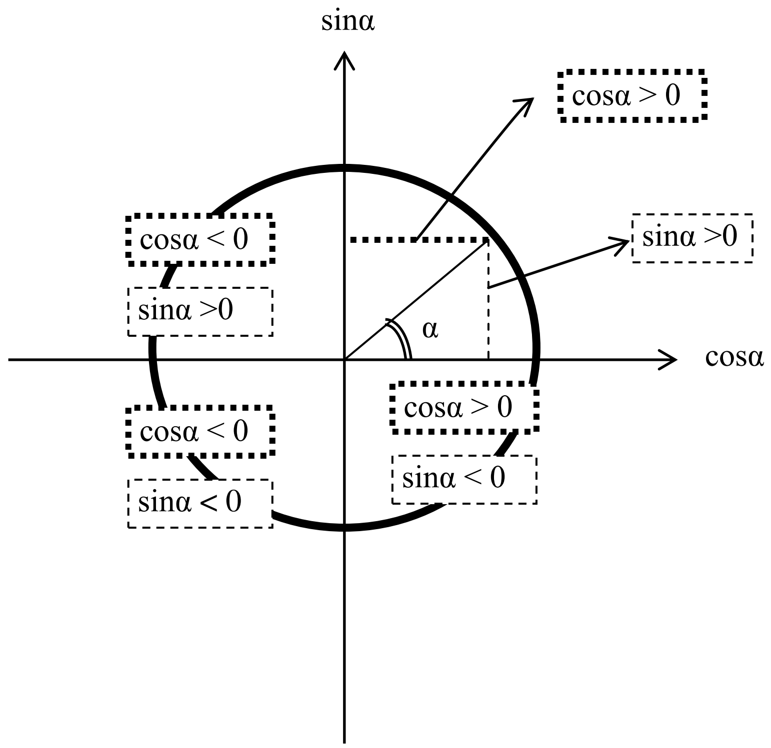
Grandeurs	x- y- s $\vec{r}$ X_m, x_0	V_m, v	A_m, a	$\varphi_x, \varphi_v, \varphi_a$	ω	Temps $t-t_0$-T	fréquence N
Unités	Mètre (m)	$m.s^{-1}$	$m.s^{-2}$	Radian (rad)	$rad.s^{-1}$	Seconde (s)	Hertz (Hz)

E- PEU DE MATHEMATIQUES POUR TROPS DE PHYSIQUE

*



- $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos\alpha$
- $\sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha$
- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\frac{d\sin\alpha}{dt} = \cos\alpha$
- $\frac{d\cos\alpha}{dt} = -\sin\alpha$
- $\frac{d\sin(\omega t+\varphi)}{dt} = \omega.\cos(\omega t+\varphi)$
- $\frac{d\cos(\omega t+\varphi)}{dt} = -\omega.\sin(\omega t+\varphi)$



* DERIVE D'UNE FONCTION

$f(t)$: une fonction du temps ⟶ $f'(t)$: $\frac{df}{dt}$: dérivé de cette fonction par rapport au temps

- a : une constante ………………………….. 0
- at+b ……………………………………….. a
- t^n ………………………………………… $n.t^{n-1}$
- $\sqrt{t} = t^{1/2}$ …………………………………...…… $\frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}-1} = \ldots\ldots = \frac{1}{2\sqrt{t}}$
- sin t ………………………………… … cos t
- cos t ………………………………… … - sin t
- --
- $[u(t)]^n$……………………………………. $n.u^{n-1}.\frac{du}{dt}$
- u(t) + v(t) ……………………………… $\frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt}$: u'+v'
- u(t).v(t) ………………………… ………. $\frac{du}{dt}.v + u.\frac{dv}{dt}$: u'.v + u.v'
- $\frac{u(t)}{v(t)}$ ……………………………….. ……… $\frac{u'.v - u.v'}{v^2}$
- sin (u(t)) ……………………………………. u'. cos (u(t))
- cos (u(t)) ……………………………………. -u'. sin (u(t))

* PRIMITIVE D'UNE FONCTION

$f(t)$: une fonction du temps ⟶ **Primitive** de cette fonction par rapport au temps

- a : une constante ……………………………at+K avec : K est une constante
- at+b ……………………………………… $\frac{at^2}{2}+bt+K$
- t^n ………………………………………… $\frac{t^{n+1}}{n+1}+K$
- sin t ……………………………………… - cos t + K
- cos t ……………………………………… sin t + K