

# Cours

## b) Force de Lorentz :

Un porteur de charge électrique  $q$ , en mouvement à la vitesse  $\mathbf{v}$  dans une région de l'espace où régnent un champ magnétique  $\mathbf{B}$ , est soumis à une force magnétique  $\mathbf{F}$  donnée par la relation vectorielle :

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Cette relation fait intervenir un produit vectoriel, elle permet de déduire les caractéristiques de la force  $\mathbf{F}$  à partir de celles de  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$

## c) Caractéristiques de la force de Lorentz :

- Point d'application : la particule considérée comme ponctuelle
- Direction : perpendiculaire au plan défini par  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$
- Sens : tel que le trièdre  $q \mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{F}$  soit direct .
- Norme :  $F = q.v.B .\sin (\mathbf{v}, \mathbf{B})$

Remarques :

1. Si  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$  sont parallèles alors  $F = 0$
2. Si  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$  sont orthogonaux alors  $\sin (\mathbf{v}, \mathbf{B}) = 1$  et  $F = q.v.B$

## ETUDE DU MOUVEMENT

### b) Expression de l'accélération :

Le système est la particule considérée comme ponctuelle, de masse  $m$  et de charge électrique  $q$ .

Le mouvement est étudié dans le référentiel du laboratoire, considéré comme galiléen.

La seule force agissant sur la particule est la force de Lorentz due au champ

magnétique uniforme  $\mathbf{B}$ , soit:  $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$  La seconde loi de Newton  $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$  implique:

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a} \quad \text{et} \quad \vec{a} = q/m \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Le vecteur  $\mathbf{a}$  est toujours orthogonal aux vecteurs  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$ . Le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  changeant d'orientation au cours du mouvement, le vecteur accélération  $\mathbf{a}$  est modifié.

### c) Nature du mouvement :

#### 1. Le mouvement est uniforme :

On sait que dans un champ magnétique constant le mouvement est uniforme. La vitesse  $v$  reste égale à la vitesse  $v_0$  au point d'entrée  $O$  dans le champ magnétique. Cela est confirmé par le fait que:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = 0$ .

#### 2. la trajectoire est plane :

Dans le repère  $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  on a  $\mathbf{B} = B \cdot \mathbf{k}$  et le vecteur accélération  $\mathbf{a}$  est perpendiculaire à  $\mathbf{B}$  donc à  $\mathbf{k}$ .  $a_z = 0$  et par intégration  $v_z = 0$  et  $z = 0$ .

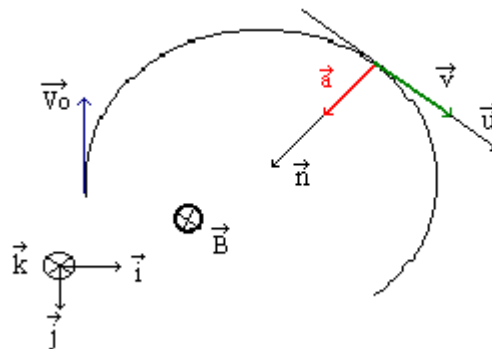
Au cours du mouvement, le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  de la particule reste dans le plan  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ : la trajectoire de la particule est située dans le plan orthogonal à  $\mathbf{B}$  passant par  $O$  et contenant  $\mathbf{v}_0$

#### 3. la trajectoire est circulaire :

Dans la base de Frenet, l'accélération  $\mathbf{a}$  pour expression :  $\mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \mathbf{u} + \frac{v^2}{R} \cdot \mathbf{n}$  or  $v = \text{Constante}$  donc  $\frac{dv}{dt} = 0$  et on aura  $\mathbf{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \mathbf{n}$  ;  
or  $\mathbf{B}$  est perpendiculaire à  $\mathbf{v}$  donc  $\sin(\mathbf{v}, \mathbf{B}) = 1$  et  
 $a = (q/m) \cdot v \cdot B = \frac{v^2}{R}$  et donc le rayon de la trajectoire sera :

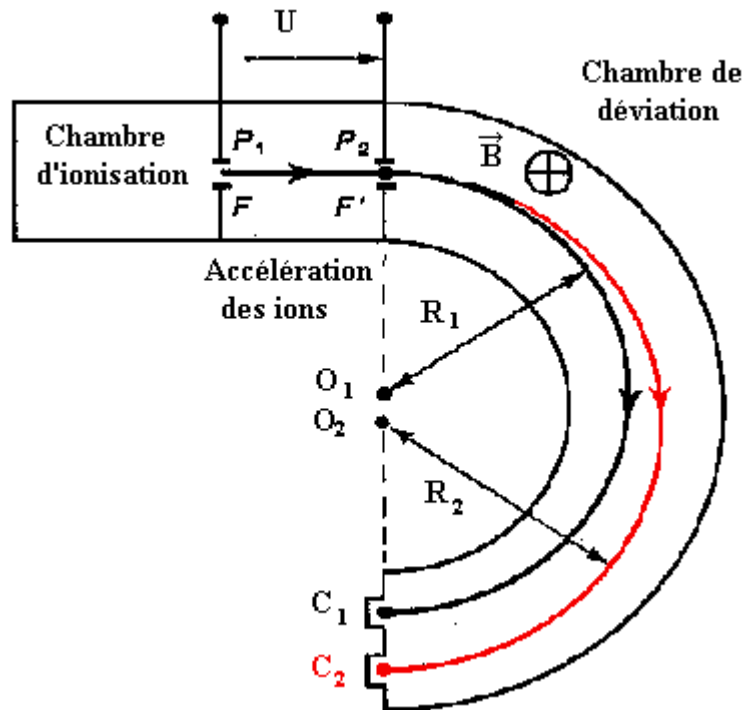
$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

4.



### a) Le spectrographe de masse

Cet appareil, encore appelé spectrographe de Dempster, permet de « trier » des ions de masses différentes et, donc, de séparer les isotopes d'un élément. Il comporte trois parties mises en évidence à la figure ci contre dans un appareil où règne un vide poussé :



### Exercice 1 :

On donne : charge élémentaire :  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;

intensité du champ magnétique :  $B=0,1 \text{ T}$ ;

masse d'un nucléon (proton ou neutron)  $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Le poids des ions est négligeable par rapport aux forces électrostatique et magnétique qui s'exercent sur eux.

On veut séparer les deux isotopes du brome  ${}_{79}\text{Br}$  et  ${}_{81}\text{Br}$  dont les masses  $m_1$  et  $m_2$  sont proportionnelles aux nombres de masse  $A_1=79$  et  $A_2=81$ . Les atomes de brome sont d'abord ionisés dans une chambre d'ionisation en ions  $\text{Br}^+$  d'où ils sortent par la fente F avec une vitesse sensiblement nulle. Puis ces ions sont accélérés par un champ électrostatique uniforme entre les plaques  $P_1$  et  $P_2$ ; la tension entre ces plaques vaut :  $U_{P_2P_1} = V_{P_2} - V_{P_1} = U_0 = 4 \cdot 10^3 \text{ V}$ . Enfin, les ions pénètrent, à travers la fente F' et avec un vecteur vitesse  $\mathbf{v}_0$ , perpendiculaire aux plaques, dans une région (chambre de déviation) où règne un champ magnétique uniforme à perpendiculaire au plan de la figure. Ils décrivent alors deux trajectoires circulaires de rayons  $R_1$  et  $R_2$  et parviennent dans deux collecteurs  $C_1$  et  $C_2$ .

a) Montrer que, quel que soit l'isotope, les ions pénètrent en F' dans la chambre de déviation avec la même énergie cinétique  $E_c$ . Calculer la valeur de  $E_c$  en joules puis en keV. Les ions ont-ils la même vitesse en F'?

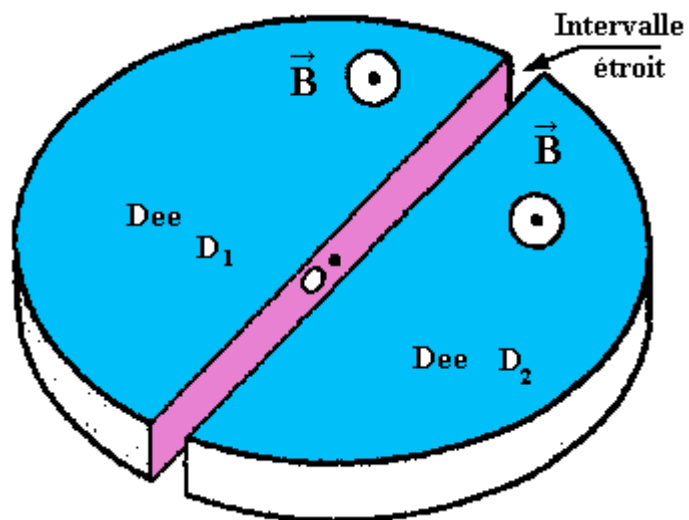
b) Donner le sens du vecteur  $\mathbf{B}$  qui permet aux ions d'être déviés vers le bas.

c) Rappeler, sans démonstration, l'expression littérale du rayon R du cercle en fonction de la masse de l'ion, de sa charge, de la tension accélératrice  $U_0$  et du champ magnétique B. Conclure.

Calculer  $R_1$  et  $R_2$ .

## b) Le cyclotron

Un cyclotron sert à accélérer des particules chargées, des protons par exemple. Ces particules permettent de réaliser des expériences de Physique nucléaire dans le but d'explorer le noyau atomique. Le cyclotron est formé de deux demi cylindres conducteurs creux  $D_1$  et  $D_2$  dénommés "dees" et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme règne à l'intérieur des "dees", sa direction est parallèle à l'axe de ces demi cylindres. Un champ électrostatique  $E$  variable peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les dees.. Il permet d'augmenter la vitesse des protons à chaque fois qu'ils pénètrent dans cet intervalle. On l'obtient en établissant une tension alternative sinusoïdale de valeur maximale  $U_M$  et de fréquence  $N$  entre les "dees".



### Exercice 2 :

Dans un cyclotron à protons, on donne :

la valeur du champ magnétique uniforme dans les "dees"  $B = 1,0 \text{ T}$

la valeur maximale de la tension alternative sinusoïdale que l'on établit entre les "dees" :  $U_M = 2 \cdot 10^3 \text{ V}$

a) Montrer que, dans un "dee", le mouvement d'un proton est circulaire uniforme. On négligera le poids par rapport à la force magnétique.

b) Exprimer littéralement le temps  $t$  mis par un proton pour effectuer un demi-tour. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton? Calculer sa valeur numérique.

c) En déduire la valeur de la fréquence  $N$  de la tension alternative qu'il faut établir entre les dees pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle entre les dees. Le temps de traversée de cet

intervalle est négligeable.

d) Calculer l'énergie cinétique transmise au proton lors de chacune de ses accélérations entre les dees.

e) La vitesse  $v$ , d'injection du proton étant négligeable, on désire que sa vitesse atteigne la valeur  $v=20000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calculer le nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.

f) A quel rayon ces protons seront-ils alors extraits en admettant quels sont injectés en A à proximité immédiate du centre O?

On donne masse du proton  $m_p = 1,67\cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; charge du proton  $e = +1,60\cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### c) La déflexion magnétique

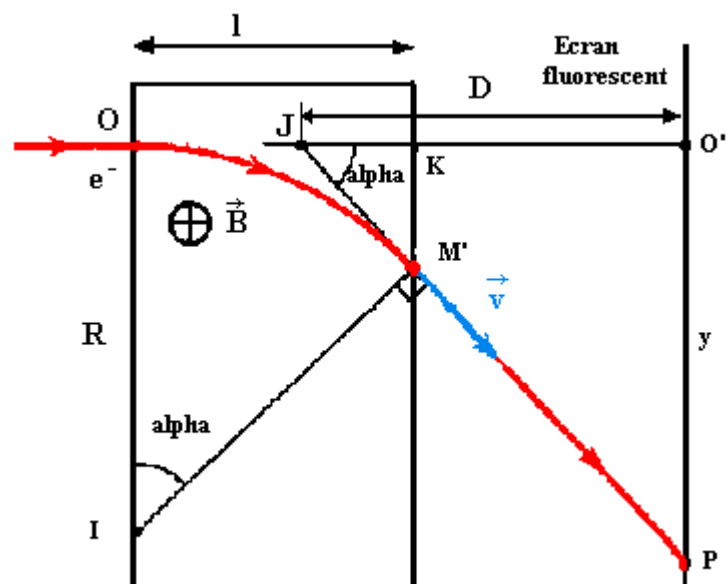
La figure ci contre représente la déviation d'un faisceau d'électrons dans un champ magnétique

uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $\vec{v}_0$ . De O à M', la trajectoire est circulaire, elle devient rectiligne à partir de M' (d'après le principe de l'inertie). Les électrons viennent frapper un écran fluorescent perpendiculaire à  $\vec{v}_0$ , au point P.

En l'absence de champ magnétique, la trajectoire serait la droite OO'; elle coïncide avec la droite JM'P après traversée du champ. Le champ magnétique a donc provoqué une déviation angulaire  $\alpha = \text{PJO}'$ . Cet angle ( $\alpha$  se retrouve en OIM' au centre du cercle trajectoire (angles à côtés perpendiculaires) et on peut évaluer  $\alpha$  :  $\alpha \text{ (rad)} = \text{arc} (OM') / R$

Plaçons-nous alors dans le cas d'une déviation faible (point M' voisin de K ou  $l \ll R$ ).

On a alors  $\text{arc} (OM') = l$  en



notant  $l$  la largeur du domaine où règne le champ magnétique.

D'où la déviation :  $\alpha$  (rad)  
 $= l / R = l \cdot e \cdot B / m \cdot v_0$ . La position de l'écran fluorescent est, en général, définie à partir du point J :  $JO' = D$  La déflexion magnétique est la distance  $Y = O'P$ . On obtient par :

$$\tan(\alpha) = O'P / JO' = y / D \text{ soit } y = D \tan(\alpha)$$

Lorsque la déviation angulaire  $\alpha$  est petite  $\tan(\alpha) = \alpha$  (rad) et  $y = D \cdot e \cdot l \cdot B / m \cdot v_0$ . On voit donc que le faisceau est dévié dans une direction perpendiculaire à celle de  $\mathbf{B}$  :  $O'P$  est orthogonal au vecteur  $\mathbf{B}$

Le champ magnétique défecteur est en général créé par une bobine parcourue par un courant  $I$ .  $B$  étant proportionnel à l'intensité  $I$  du courant qui le crée ; la déflexion est proportionnelle à l'intensité du courant dans la bobine défectrice.

### exercice

Une source d'ions émet les deux isotopes  ${}^6\text{Li}^+$  et  ${}^7\text{Li}^+$ . Ces ions pénètrent en  $O_1$  dans une zone où règnent simultanément un champ électrique uniforme vertical  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique uniforme horizontal  $\mathbf{B}$  est perpendiculaire au plan de figure et dirigé vers l'avant. Les vitesses d'entrée des ions en  $O_1$  ont des valeurs différentes, mais les vecteurs vitesse ont tous la même direction  $O_1x$ . Donnée : l'action de la pesanteur sera négligée.

a) Donner la direction, le sens et l'expression littérale de la force électrique  $\mathbf{F}_e$ , s'exerçant sur un ion lithium pénétrant dans cette zone. Représenter cette force sur le schéma.

b) Donner la direction, le sens et l'expression littérale de la force magnétique  $\mathbf{F}_M$  s'exerçant en  $O_1$  sur un ion lithium animé de la vitesse  $v$ .

Représenter cette force sur le schéma.

c) Des ions pénétrant en  $O_1$  avec une vitesse donnée  $v_0$  sortent en  $O_2$  en n'ayant subi aucune déviation. Déterminer la relation existant alors entre les valeurs  $E$ ,  $B$  et  $v_0$ .

d) Que se passe-t-il pour une vitesse  $v_1 > v_0$  et  $v_2 < v_0$ . Justifier le nom du dispositif.