La dynamique de translation

I / Loi fondamentale de la dynamique (2ème Loi de Newton)

On sait qu'une force peut mettre un solide en mouvement, l'accélérer ou le freiner, modifier sa trajectoire.
Le mouvement d'un solide dépend des forces qu'il subit.
On va étudier la relation qui existe entre la force et la variation de la vitesse.

I.1. Enoncé de la 2ème loi de Newton

Si, à un instant quelconque, un point matériel **M**, de masse **m** est soumis à une force $\vec{F}$ quelconque, il est animé d'un mouvement dont l'accélération à cet instant est un vecteur $\vec{a}$
- de **même direction** et de **même sens** que **la force** ;
- de valeur proportionnelle à la valeur de la force.

Cet énoncé se résume par la relation vectorielle suivante appelée :
Relation fondamentale de la dynamique (**RFD**) :

Dans le système international, $\|\vec{F}\|$ s'exprime en Newton (N), **m** en kilogramme (kg) et $\|\vec{a}\|$ en mètre par seconde carré (m.s^{-2})

I.2. Cas particulier

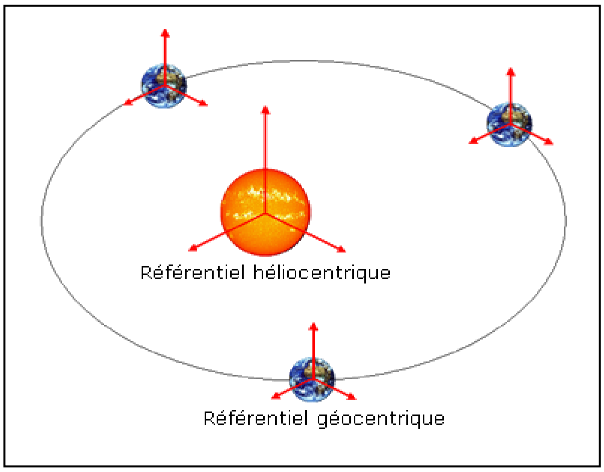
Un point matériel de masse **m** est en **chute libre**, sous l'action de son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ ($\vec{g}$: le vecteur champ de pesanteur dont la valeur est exprimée en **N.kg^{-1}**).
La relation fondamentale de la dynamique ($\vec{P} = m.\vec{a}$) qui s'écrit : $\vec{P} = m.\vec{g}$, permet de déduire l'accélération : $\vec{a} = \vec{g}$
($\vec{g}$: le vecteur accélération de pesanteur dont la valeur est exprimée en **m.s^{-2}**)

I.3. Repères galiléen

Définition :

Un repère qui est en **translation rectiligne** et **uniforme** par rapport au repère de **Copernic** est dit **galiléen**.

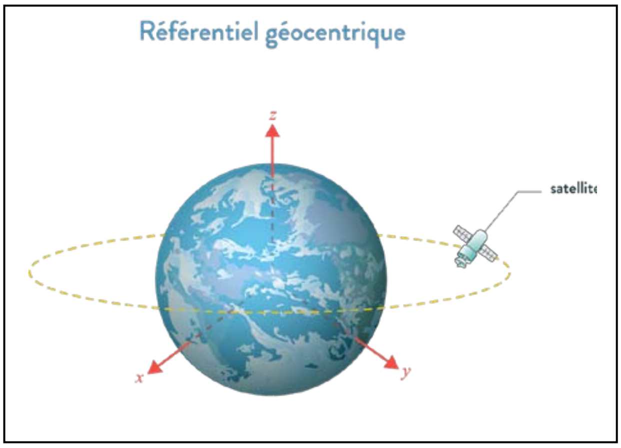
<u>* Le repère de Copernic</u> : C'est un repère qui a une origine au centre d'inertie du système solaire et dont les axes sont dirigés vers des étoiles fixes par rapport au Soleil.



* **<u>Le repère géocentrique</u>** : c'est un repère dont l'origine est au centre de la Terre, mais les axes gardent des directions fixes par rapport au repère de Copernic.

<u>Remarque</u>

Pendant une durée assez courte, la Terre décrit une courbe assimilée à une portion de droite ; le repère (**T**,x,y,z) est en translation par rapport au repère de ***<u>Copernic</u>*** et se comporte pratiquement comme un repère ***<u>galiléen</u>***.



<u>Le repère terrestre</u> :

C'est un repère lié à la Terre, considéré comme immobile ; il est le plus commode et le plus utilisé pour étudier les mouvements à la surface de la Terre.
La relation fondamentale de la dynamique $\vec{F} = m.\vec{a}$ n'est rigoureusement valable que dans les repères galiléens, mais elle reste **vérifiée**, avec **une bonne approximation,** dans le **repère terrestre** ainsi que dans tout repère en mouvement rectiligne uniforme par rapport au repère terrestre.

II / Théoreme du centre d'inertie

Un système matériel est un ensemble fini de points matériels. Il peut être déformable ou indéformable (solide).

II.1. Centre d'inertie d'un système matériel :

soit un système matériel formé par **n** point matériels : $M_1, M_2, \ldots, M_N$ de masses respectives : $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
Le centre d'inertie du système est le barycentre des points $M_1, M_2, \ldots, M_N$ pondérés par les masses $m_1, m_2, \ldots, m_n$

O est un point quelconque
G est le centre d'inertie
Le centre d'inertie d'un système matériel est le point qui a la trajectoire la plus **Simple** lorsque le système est lancé d'une manière quelconque.

$\overrightarrow{OG} =$ ______ ______

Remarque : si le système **S** est un corps **homogène G** est confondu avec le centre **géométrique** de ce corps.

Exemple : Soit un système formé par deux boules B_1 et B_2 de masses respectives $\mathbf{m_1}$ et $\mathbf{m_2} = 2\ \mathbf{m_1}$ et une tige.

Chercher la position de G :

II.2. Théorème du centre d'inertie d'un système matériel :

2.1. Vecteurs vitesse et accélération du centre d'inertie G

Dans le référentiel d'étude, le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie G est la dérivée, par rapport au temps, du vecteur $\overrightarrow{OG}$:

Il est de même pour le vecteur accélération instantanée de centre d'inertie G ; C'est la dérivée, par rapport au temps, du vecteur vitesse

Soit un repère galiléen $\mathcal{R}$. A l'instant t, un système matériel de centre d'inertie G, se déplace à la vitesse
et avec une accélération

Si le système est formé de n points matériels $P_1, P_2, \ldots, P_n$ de masses respectives $m_1, m_2, \ldots, m_n$, subissant respectivement des forces et ayant pour accélérations respectives

il est alors soumis à la force extérieure **équivalente**.

2.2 Enoncé du théorème :

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse de ce système par le vecteur accélération de son centre d'inertie.
La relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

III Applications

1- Chute libre verticale :

1 définition :

Un corps tombant en chute libre n'est soumis qu'à son poids.
En théorie, une chute libre ne peut avoir lieu que dans le vide. Cependant, on admettra que les forces de frottement de l'air sont négligeables devant le poids du solide.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m\vec{a}$ ce qui donne $\vec{a} = \vec{g}$

L'accélération du centre d'inertie d'un solide tombant en chute libre est égale au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$. L'accélération est indépendante de la masse du solide.

2 chute sans vitesse initiale :

A t = 0, le solide est abandonné sans vitesse initiale d'un point O pris comme origine de l'axe vertical $\overrightarrow{Oz}$ orienté vers le bas dans le sens du mouvement.

Sur l'axe Oz, deuxième loi de Newton : $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \|\vec{g}\|$

L'équation du mouvement est $\frac{d^2z}{dt^2} = \|\vec{g}\|$.

Une recherche de primitive conduit à l'équation horaire de la vitesse :

$v = \|\vec{g}\|.t + \|\vec{v}_0\|$ et comme $\|\vec{v}_0\| = 0$ on obtient $v_z(t) = \|\vec{g}\|.t$
La vitesse varie linéairement avec le temps.

Une deuxième primitive conduit à l'équation horaire du mouvement :

$z = ½\|\vec{g}\|.t^2 + z_0$ comme on a choisi $z_0 = 0$; $z(t) = ½\|\vec{g}\|.t^2$

3/ chute avec vitesse initiale colinéaire à $\overrightarrow{Oz}$:

Les élèves reprennent la démarche précédente pour trouver :

$$z(t) = ½\|\vec{g}\|.t^2 + \|\vec{v}_0\|.t + z_0$$

Quelque soit le signe de v_0, le solide est animé d'un mouvement dont l'accélération $\vec{a}$ est constante et égale à $\vec{g}$. Le mouvement du solide est qualifié de **rectiligne uniformément accéléré**.

2) Exemple :

Un jongleur lance une balle verticalement vers le haut, avec une vitesse initiale $\|\vec{vi}\|$= **10m.s $^{-1}$** .

Déterminer :

(a) La date **ts** ; date où le sommet du trajet est atteint.
(b) La hauteur maximale atteinte par la balle.
(c) La date du retour de la balle à la position initiale
(d) La vitesse à cet instant.