Exercice

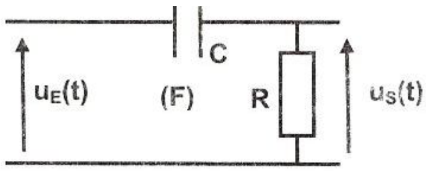

Figure 7

A l'entrée du filtre **(F)** schématisé par la **figure 7**, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de valeur maximale U_{Emax} constante, et de fréquence **N** réglable : $u_E(t) = U_{Emax}\sin(2\pi Nt)$. On désigne par $u_S(t)$, la tension de sortie du filtre : $u_S(t) = U_{Smax}\sin(2\pi Nt + \varphi)$.

- **1) a-** Définir un filtre électrique.
  b- Indiquer la différence entre un filtre passe-bas et un filtre passe- haut.

2) La transmittance **T** du filtre ainsi réalisé est : $T = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$

a- Montrer que le gain **G** du filtre s'écrit : $G = -10\log\left(1+\dfrac{1}{(2\pi NRC)^2}\right)$. On rappelle que $G = 20\log T$.

b- Montrer que la valeur maximale G_o du gain du filtre est nulle ($G_o = 0$ dB).

3) a- Quelle condition doit satisfaire le gain **G** pour que le filtre soit passant ?

b- Montrer que la fréquence de coupure N_C du filtre est : $N_C = \dfrac{1}{2\pi RC}$.

B- Pour une tension maximale U_{Emax} donnée, l'évolution du gain **G** du filtre en fonction de la fréquence **N** est donnée par la **figure 8**.

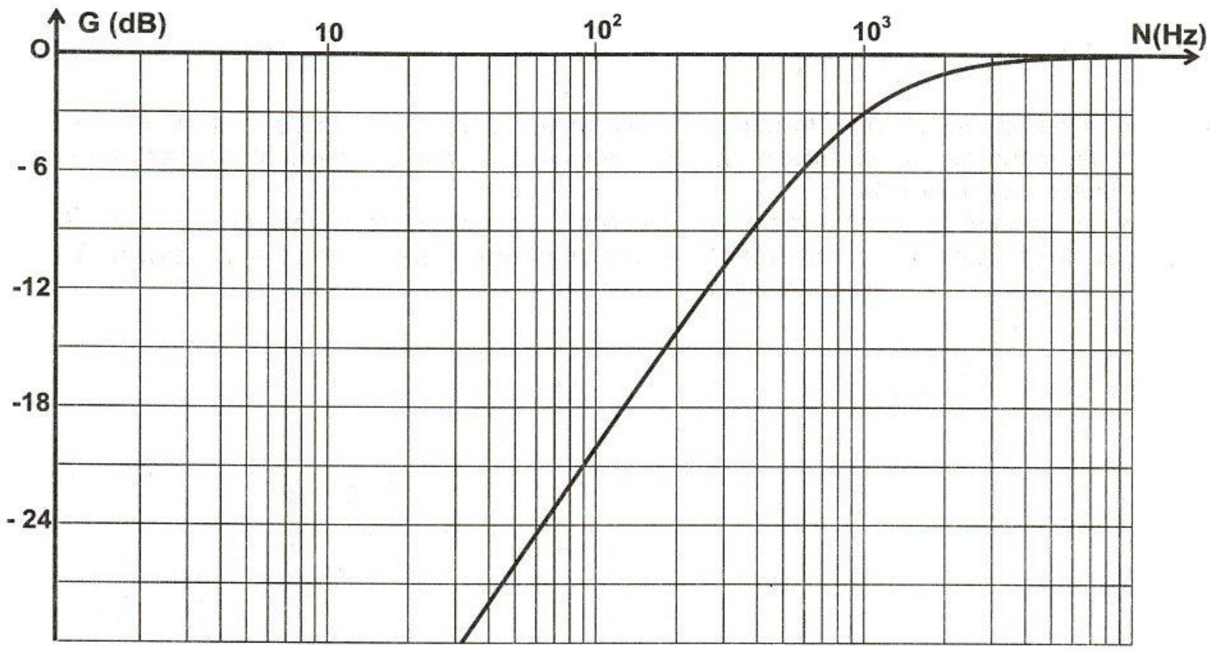

Figure 8

1) a- Montrer que le filtre **(F)** est passif.
b- Déterminer graphiquement la valeur de sa fréquence de coupure N_C.
c- En déduire la bande passante du filtre. Ce filtre est-il passe-haut ou passe-bas?
d- Déterminer la valeur de la capacité **C**. On donne **R = 500 Ω** , **π = 3,14**.

2) On applique à l'entrée du filtre, deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives:
$N_1 = 600$ Hz et $N_2 = 2000$ Hz.

a- Préciser, en le justifiant, lequel des deux signaux est transmis.
b- On garde le condensateur précédent de capacité **C**, et on remplace le conducteur ohmique de résistance **R** par un autre de résistance **R' = 2R**. Justifier que les deux signaux (S_1) et (S_2) sont transmis.

Exercice

Un générateur basses fréquences (GBF) délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale constante, alimente un filtre CR constitué d'un condensateur de capacité C réglable et un conducteur ohmique de résistance R comme le montre la figure 5.

On désigne par $u_E(t)$ la tension d'entrée du filtre et par $u_S(t)$ sa tension de sortie, avec :

$u_E(t) = U_{Emax}\sin(2\pi Nt)$ et $u_S(t) = U_{Smax}\sin(2\pi Nt + \varphi)$.

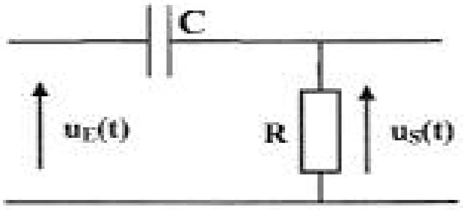

Figure 5

Pour une tension maximale U_{Emax} donnée, on fait varier la fréquence N du générateur. Pour chaque valeur de N, on mesure la tension maximale U_{Smax} et par la suite on détermine la valeur de la transmittance T du filtre donnée par : $T = \dfrac{U_{Smax}}{U_{Emax}}$.

La courbe de la figure 6 traduit la variation de T en fonction de N.

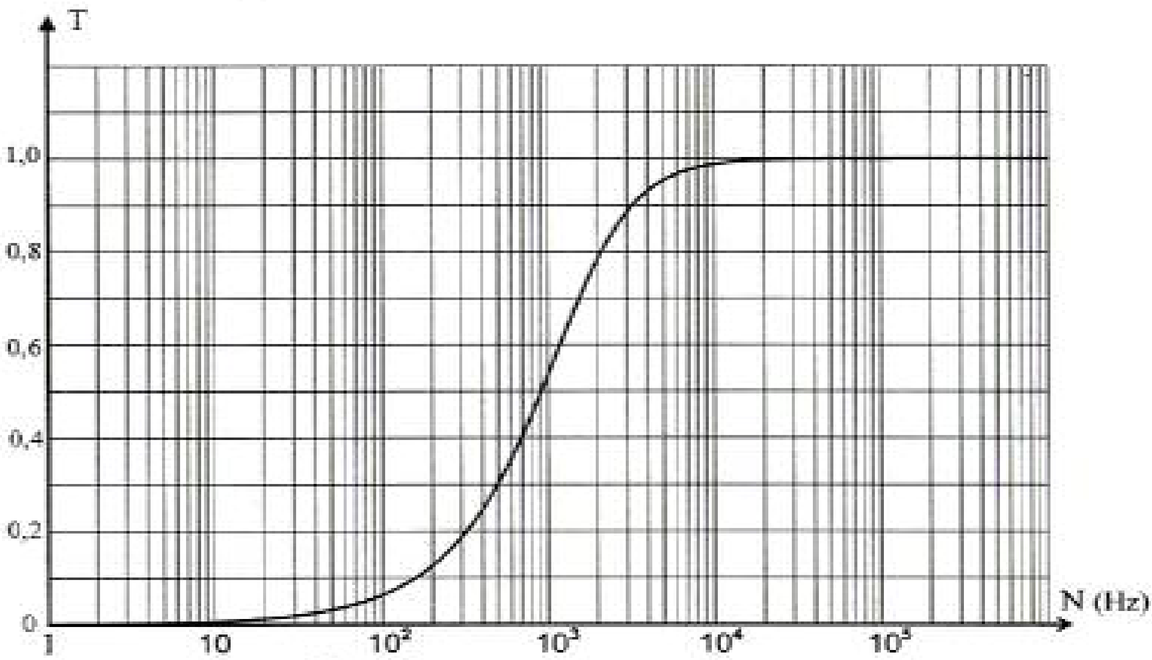

Figure 6

1) a- Définir un filtre électrique.
b- Préciser, en le justifiant, si le filtre CR considéré est :
– actif ou passif .
– passe-haut, passe-bas ou passe-bande.

2) a- Rappeler la condition pour qu'un filtre électrique soit passant.
b- Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure du filtre et déduire sa bande passante. On prendra : $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$.
c- On considère deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives N_1 = 1 kHz et N_2 = 2 kHz. Lequel des deux signaux est transmis par le filtre ? Justifier.

3) a- Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de $u_S(t)$ s'écrit :

$$u_S(t) + \frac{1}{RC}\int u_S(t)\,dt = u_E(t).$$

b- Faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.
c- Montrer, en exploitant la construction de Fresnel , que la transmittance T du filtre peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(2\pi RCN)^2}}}$$

4) a- Montrer que la fréquence de coupure N_c de ce filtre est donnée par la relation : $N_c = \dfrac{1}{2\pi RC}$.
Calculer sa valeur pour R= 10 kΩ et C = 10 nF.
b- Calculer la valeur limite C_0 de la capacité C du condensateur permettant la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2), considérés dans la question (2– c).

Exercice

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Au laboratoire d'un lycée, on dispose d'un condensateur de capacité **C** inconnue, initialement déchargé. Lors d'une séance de travaux pratiques, deux groupes d'élèves sont chargés de déterminer une valeur approchée de la capacité **C** de ce condensateur. Le matériel mis à leur disposition est le suivant : le condensateur de capacité **C**, un générateur basse fréquence (GBF), un conducteur ohmique de résistance **R** réglable, un oscilloscope bicourbe et des fils de connexion.

Le problème a été abordé différemment par les deux groupes :

I- Le premier groupe choisit de soumettre le dipôle **RC** à un échelon de tension. Il réalise alors, le montage de la **figure 5**.

- Le (GBF) délivre une tension **u(t)** en créneaux **(E ,0)** *(E pendant une demi-période et 0 pendant l'autre demi-période).*
- La résistance du conducteur ohmique est ajustée à la valeur $R_1 = 10\ k\Omega$.

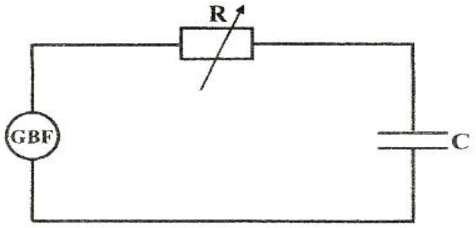

figure 5

Grace à l'oscilloscope, les élèves visualisent simultanément, la tension **u(t)** et la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur. Pour une valeur N_1 de la fréquence du (GBF), ils observent les courbes de la **figure 6 de l'annexe (page 6/6)**.

1- L'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_c(t)$ au cours du temps lorsque le dipôle R_1C est soumis à une tension constante **E** est : $u_c(t) + R_1C\dfrac{du_c(t)}{dt} = E$.

a- Nommer le phénomène subi par le condensateur lors de cette phase.

b- Indiquer sur **la figure 6 de l'annexe**, la partie de la courbe représentant $u_c(t)$ qui correspond à cette phase.

c- Vérifier que : $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{R_1C}}\right)$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

2- En exploitant les courbes de la **figure 6 de l'annexe**, déterminer :

a- la fréquence N_1 et la valeur maximale **E** du signal créneau délivré par le (GBF) ;

b- la constante de temps τ_1 du dipôle R_1C (τ_1 étant la durée au bout de laquelle le condensateur initialement déchargé atteint **63%** de sa charge maximale). En déduire la valeur de la capacité **C** du condensateur.

3- A partir de l'expression de $u_c(t)$ donnée en **1-c**, exprimer en fonction de τ_1, la durée θ_1 au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint **99%** de sa valeur maximale. Le condensateur sera considéré comme complètement chargé.

4- L'un des élèves agit sur la résistance du conducteur ohmique pour lui donner la valeur $R_2 = 3R_1$.

a- Vérifier que la valeur N_1 de la fréquence du signal créneau délivré par le (GBF) ne permet pas au condensateur d'atteindre sa charge maximale.

b- Déterminer la valeur maximale N_2 de la fréquence du signal créneau permettant au condensateur d'atteindre sa charge maximale.

II- Le deuxième groupe réalise le filtre électrique (F) schématisé sur la **figure 7**, puis visualise simultanément, à l'aide de l'oscilloscope, la tension $u_E(t)$ aux bornes du (GBF) et la tension $u_S(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. Pour une valeur N_3 de la fréquence de la tension délivrée par le (GBF), on observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes **(1)** et **(2)** de la **figure 8**.

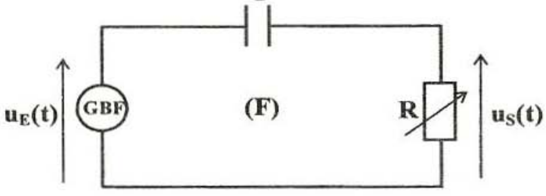

figure 7

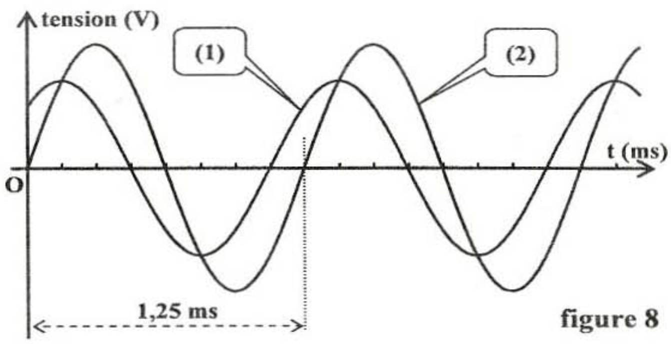

figure 8

- La résistance du conducteur ohmique est ajustée à la valeur $R_1 = 10\ k\Omega$.
- Le (GBF) impose à l'entrée du filtre une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Emax}\sin(2\pi Nt)$ d'amplitude $U_{Emax} = 6,5\ V$ et de fréquence N réglable.
- La tension de sortie de ce filtre est de la forme : $u_S(t) = U_{Smax}\sin(2\pi Nt + \varphi_{u_s})$.

On rappelle qu'un filtre est passant lorsque sa transmittance $T = \frac{U_{Smax}}{U_{Emax}}$ vérifie la condition :

$T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$; où T_0 est la valeur maximale de **T**.

1- **a-** Dire, en le justifiant, si le filtre réalisé est actif ou passif.

b- En étudiant le comportement du condensateur à basses et à hautes fréquences, vérifier qu'il s'agit d'un filtre passe haut.

c- En déduire que la **courbe (1)** correspond à la tension de sortie $u_S(t)$.

2- **a-** En exploitant les courbes de la **figure 8**, montrer que N_3 correspond à la fréquence de coupure du filtre. Déterminer sa valeur.

b- Déterminer, à la fréquence N_3, la valeur de l'amplitude U_{Smax} de la tension de sortie $u_S(t)$.

3- En voulant écrire l'expression de la transmittance **T** de ce filtre, un élève hésite entre les relations (A) et (B) suivantes:

$$\textbf{(A)}\quad T = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{(2\pi NR_1C)^2}}} \quad ; \quad \textbf{(B)}\quad T = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi NR_1C)^2}}$$

a- Identifier, parmi ces deux expressions, celle qui correspond au filtre (**F**). Justifier.

b- Etablir l'expression de la fréquence de coupure du filtre (**F**).

c- En déduire la valeur de la capacité **C** du condensateur.

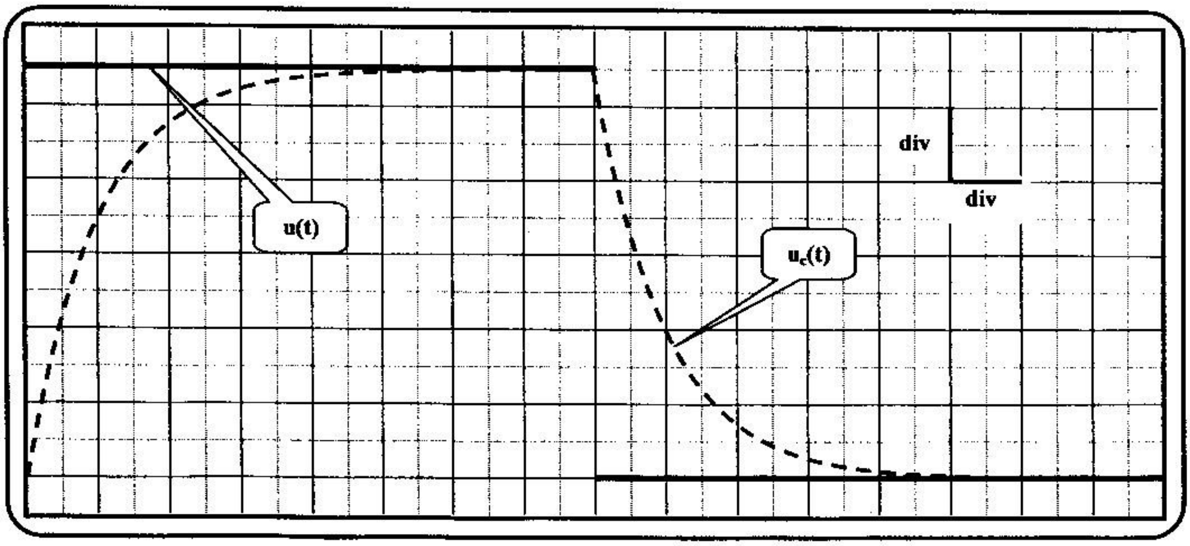

figure 6

Réglages de l'oscilloscope :
- sensibilité horizontale : **0,2 ms.div^{-1}** ;
- sensibilité verticale sur les deux voies : **1V.div^{-1}**.