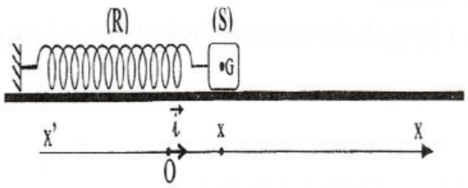
Lycee Maknassy	Oxillations mecaniques libres	Prof : Gammoudi Soufien
Sciences Physiques	(Physique)	Niveau : 4eme Technique

Exercice

Un solide (S), supposé ponctuel, de masse m = 225g est attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R), l'autre extrémité est maintenue fixe. Ce ressort est à spires non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $k = 25\ N.m^{-1}$. Le mouvement de (S) s'effectue sans frottements sur un plan **horizontal**.

La position du centre d'inertie G de (S) est repérée, au cours du temps, par son abscisse x(t) dans un repère $(O, \vec{i})$; O est la position d'équilibre de G et $\vec{i}$ est le vecteur unitaire porté par l'axe x'x comme l'indique la figure 1.



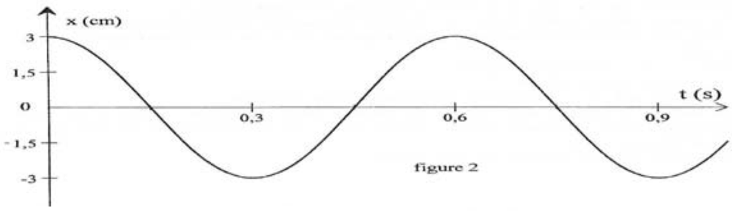


figure 2

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance d et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t = 0.

Un dispositif expérimental, permet d'enregistrer l'évolution temporelle de l'abscisse x(t) de G. On obtient la courbe de la figure 2.

1) Déterminer, à partir de la courbe de la figure 2 :

a- l'état du ressort à l'instant t = 0 (comprimé, allongé ou non déformé) ;

b- la nature du mouvement de (S) ;

c- la valeur de l'amplitude X_m des oscillations de G ;

d- la valeur de la période T_0 de ces oscillations.

2) Préciser, en le justifiant, si les oscillations de G sont libres non amorties, libres amorties ou forcées.

3) a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique E_0 du système {solide (S), ressort (R)} à l'instant t = 0.

b- Montrer que le système {solide (S), ressort (R)} est conservatif.

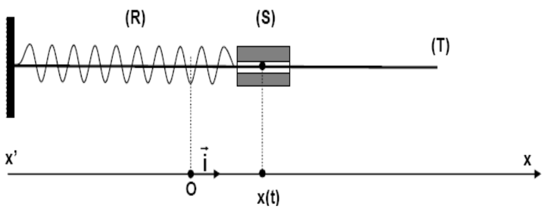
c- Déduire la valeur de la vitesse $\vec{V}_1$ de (S) lors de son premier passage par sa position d'équilibre.

Exercice

Un pendule élastique est constitué d'un solide **(S)** de masse **m** pouvant coulisser, sans frottement, sur une tige horizontale **(T)**. Le solide **(S)** est attaché à un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur **k**. La position du centre d'inertie **G** de **(S)** est repérée par son abscisse **x(t)** sur un axe horizontal **x'Ox**. L'origine **O** des abscisses est confondue avec la position de **G** lorsque **(S)** est à l'équilibre.

Ecarté de sa position d'équilibre, puis abandonné à l'instant de date **t = 0s**, le solide **(S)** se met à osciller de part et d'autre du point **O**.

A un instant de date **t**, le système est représenté comme l'indique la **figure 1**.



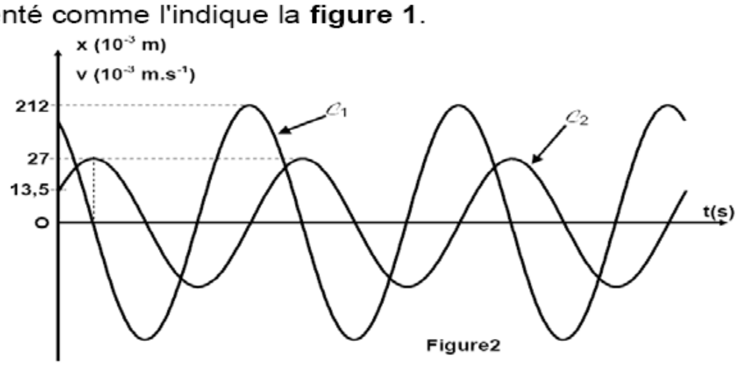


Figure2

1) a- Représenter sur la **figure 1** de la **feuille annexe** (**page 5/5**) les forces extérieures exercées sur **(S)** à l'instant de date **t**.

b- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse **x(t)** du centre d'inertie **G**. En déduire la nature de son mouvement.

2) A l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution de l'abscisse **x(t)** et celle de la vitesse **v(t)** de **G** . On obtient les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la **figure 2**.

a- Montrer que la courbe $\mathcal{C}_1$ correspond à **v(t)**.

b- A partir des courbes, déterminer les amplitudes respectives X_{max} et V_{max} de **x(t)** et de **v(t)**. En déduire la valeur de la pulsation propre ω_0.

c- Déterminer la phase initiale φ_x de **x(t)**.

3) L'énergie totale **E** du système {ressort+solide} est constante, $E = 3{,}645.10^{-3}$ **J**.

a- Donner l'expression de **E** en fonction de **k** et X_{max} .

b- En déduire les valeurs de **k** et **m**.

Exercice

Le pendule élastique de la **figure 2** est constitué d'un solide **(S)** de masse **m**, relié à l'une des extrémités d'un ressort **(R)** à spires non jointives, d'axe horizontal, de raideur **k** et de masse négligeable devant **m**. L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe.

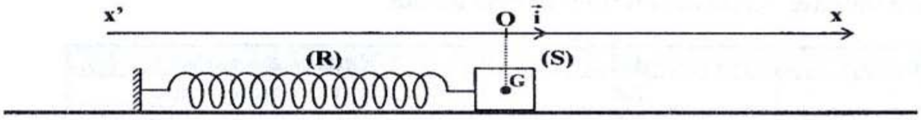


figure 2

A l'équilibre, le centre d'inertie **G** de **(S)** coïncide avec l'origine **O** du repère $(O, \vec{i})$ de l'axe x'x.
Ecarté de sa position d'équilibre puis abandonné à l'instant de date $t = 0$, le solide **(S)** se met à osciller de part et d'autre du point **O**. On désigne par **x(t)** et **v(t)** respectivement, l'élongation et la vitesse de **G** à un instant de date **t**.
Le mouvement du centre d'inertie **G** de **(S)** est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
Les forces de frottements ainsi que l'amortissement du mouvement sont considérés comme négligeables.

1- a- Représenter sur la **figure 3 de la page 5/5**, les forces extérieures exercées sur **(S)**.

b- En appliquant le théorème du centre d'inertie, montrer que les oscillations de **G** sont régies par l'équation différentielle : $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2\, x(t) = 0$; où ω_0 est une constante à exprimer en fonction de **k** et **m**.

c- Préciser le nom de ω_0 .

d- Vérifier que $x(t) = X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ est une solution de cette équation différentielle.

2- La courbe traduisant l'évolution de l'élongation **x** au cours du temps, est représentée sur la **figure 4**.

a- En exploitant la courbe de la **figure 4**:

a₁- déterminer la valeur de X_{max} ainsi que celle de ω_0 ;

a₂- montrer que : $\varphi_x = \dfrac{5\pi}{6}$ **rad**.

b- En déduire la valeur de l'amplitude V_{max} de la vitesse **v(t)** ainsi que celle de sa phase initiale φ_v .

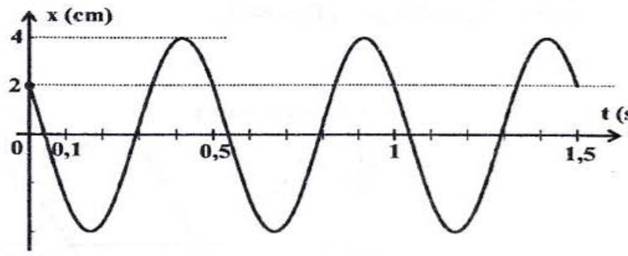


figure 4

3- Les courbes $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ de **la figure 5** traduisent l'évolution, au cours du temps, des énergies cinétique $Ec = \dfrac{1}{2}mv^2$ et potentielle $Ep = \dfrac{1}{2}kx^2$ du système $\{(S) + (R)\}$.

a- Identifier, parmi $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$, celle qui correspond à **Ep(t)**.

b- Vérifier que le système $\{(S) + (R)\}$ est conservatif.

c- Déterminer les valeurs de **k** et **m**.

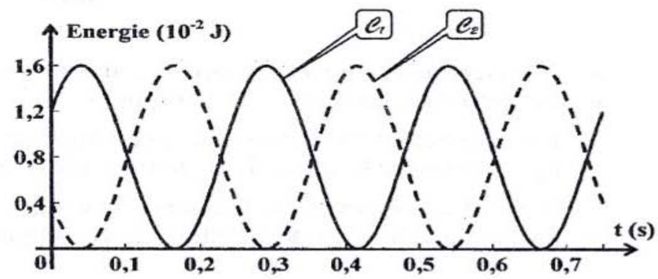


figure 5

Exercice

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) supposé ponctuel de masse m = 0,2 kg attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R) à spire non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $k = 20\ N.m^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est fixe.

Le solide (S) peut osciller horizontalement sur une table à coussin d'air sans frottements. Les oscillations du solide (S) s'effectuent suivant la direction d'un axe horizontal (x'x). La position du centre d'inertie G du solide (S) est repérée par son abscisse x(t) dans un repère $(o, \vec{i})$; où o correspond à la position de G lorsque le solide (S) est au repos, et $\vec{i}$ est un vecteur unitaire porté par l'axe (x'x) comme l'indique la figure-1-.

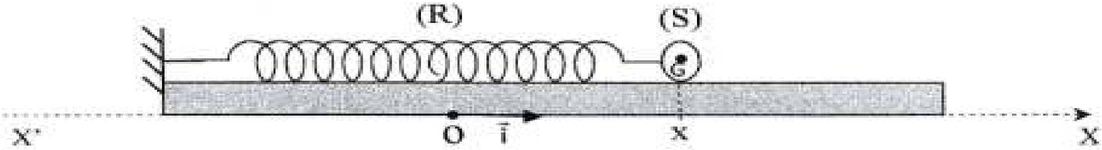


figure-1-

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance d = 0,06 m dans le sens des élongations négatives, et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t_0 pris comme origine du temps.

Un dispositif approprié permet de suivre les variations de l'élongation x de G au cours du temps. Cette élongation vérifie, à chaque instant, la loi horaire $x(t) = X_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0)$, où X_m et T_0 représentent respectivement l'élongation maximale et la période propre des oscillations de G et φ_0 représente la phase initiale du mouvement de G. x(t) s'exprime en mètre.

1- a- Montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G s'écrit : $m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0$.

b- Préciser la nature du mouvement de G.

2- a- Indiquer, en justifiant la réponse, laquelle des deux courbes (a) et (b) de la figure-2- correspond au mouvement de G.

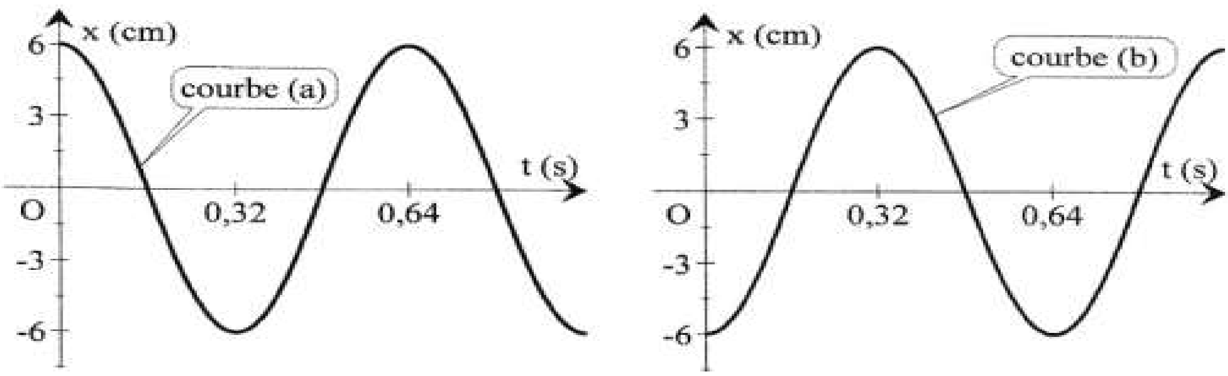


figure-2-

b- Déterminer à partir de la courbe choisie :

- l'élongation X_m
- la période propre T_0
- la phase initiale φ_0.

3- Sachant que la vitesse instantanée du centre d'inertie G du solide (S) s'écrit sous la forme : $v(t) = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_{0v})$. Déterminer les valeurs de ω_0, V_m et φ_{0v}.

4- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide (S), ressort (R), terre} à un instant t, en fonction de k, m, x et v sachant que l'énergie potentielle de pesanteur de ce système est supposée nulle à tout instant. Calculer sa valeur à l'instant $t_0 = 0$ s.