

PHYSIQUE

Exercice N°1 Oscillations mécaniques libres

A/ On considère le dispositif de la figure-1 formé par un corps solide (C) de masse $m = 0,2\text{kg}$ liée à l'extrémité libre A d'un ressort horizontal (R) de raideur $K = 20\text{N.m}^{-1}$.

On suppose que le corps © est soumise à une force de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h.\vec{v}$ où h est une constante positive et \vec{v} la vitesse du corps à l'instant t.

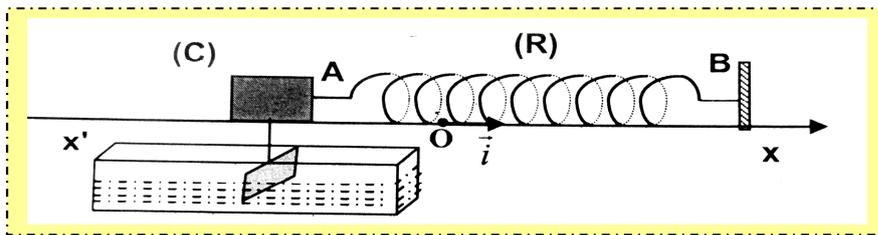


Figure-1

On écarte le corps © de sa position d'équilibre puis on le lâche à un instant de date $t=0\text{s}$.

- 1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
- 2) Donner l'expression de l'énergie totale E du système {©, (R)} en fonction de m , K , x et v .
- 3) Montrer que cette énergie ne se conserve pas ;
- 4) La courbe de la **figure-2** représente l'évolution de l'élongation x en fonction du temps.
 - a- Sachant que l'intensité des frottements auxquels est soumis le corps © est telle que la valeur de sa pseudo période T peut-être assimilée à celle de sa période propre T_0 .

Déterminer T .

b- déterminer la variation d'énergie mécanique du système entre les dates t_1 et t_2 indiquées sur la **figure-2**.

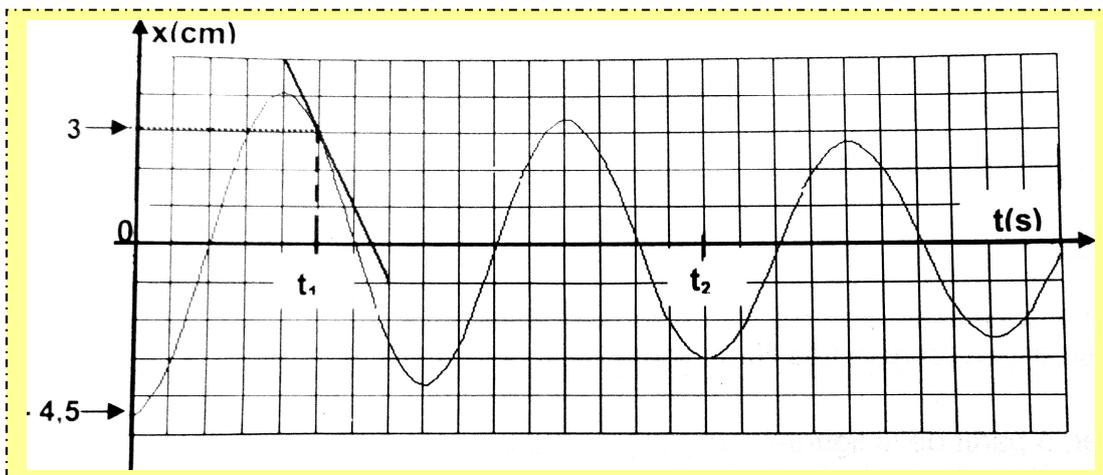


Figure-2

B/ Le corps © est maintenant susceptible de se déplacer sur le plan horizontal suivant la direction $x'x$ sans frottement.

A l'équilibre le centre d'inertie du corps © coïncide avec O, origine du repère (O,i), (**Figure-3**)

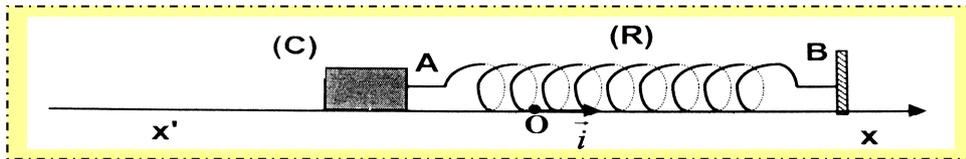


Figure-3

Ecarter de sa position d'équilibre, puis libérer à lui-même, le corps © se met à osciller. A un instant de date, t , le centre d'inertie du corps passe par la position d'abscisse x avec la vitesse v relativement au repère (O, i) .

1) L'équation différentielle vérifiée par le variable $x(t)$ est : $m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + K \cdot x = 0$.

Vérifier que cette équation différentielle admet comme solution : $x(t) = X_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_x)$ avec

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

2) Un dispositif, non représenté, a donné la courbe de la **Figure-4** représentant l'évolution de l'élongation x en fonction du temps.

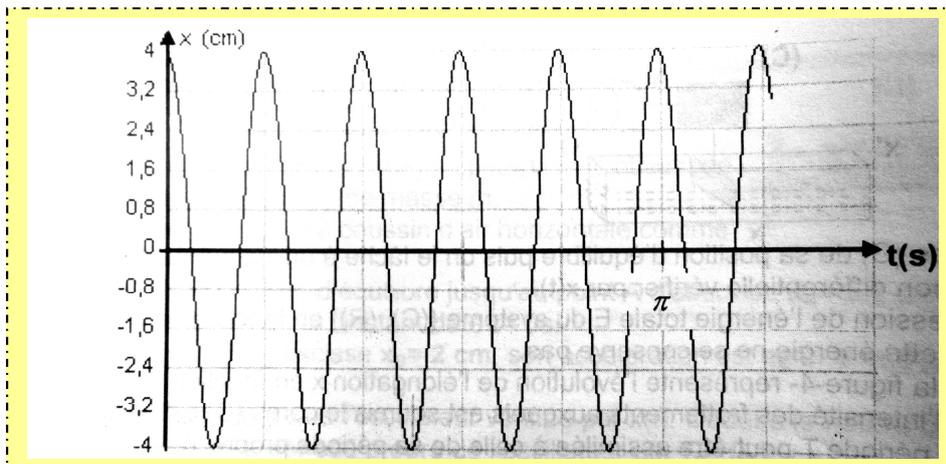


Figure-4

- a- Etablir l'équation horaire $x(t)$.
 - b- Déduire l'expression de la vitesse instantanée $v(t)$.
 - c- montrer qu'à chaque instant, x et v vérifient la relation : $625 \cdot x^2 + 6,25 \cdot v^2 = 1$.
 - d- Déduire la valeur de la vitesse à l'instant du premier passage du centre d'inertie du corps par la position d'abscisse $x = (X_m / 2)$.
- 3) Déduire que l'énergie mécanique E du système $\{©, ©\}$ est constante. Calculer sa valeur.

Exercice N°2

Les frottements sont négligeables ;
 On considère le pendule élastique de la **Figure-5** ;
 On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre O pris comme origine du repère (O, i) et on l'abandonne à l'instant de date $t=0s$ de la position d'abscisse x_0 avec une vitesse v_0 .
 A un instant de date t quelconque la position du solide supposé ponctuel est repérée par son abscisse x relativement au repère (O, i) .

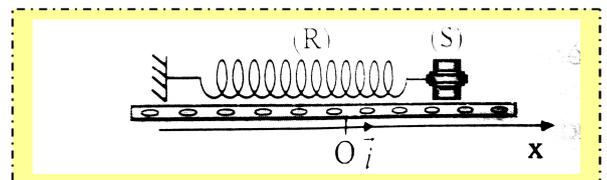


Figure-5

- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (S) vérifiée par le variable x .
- 2) l'enregistrement graphique de $x(t)$ a fourni le graphe de la **Figure-6**,
 - a- En utilisant le graphe de la **Figure-6**, déterminer l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de (S) .
 - b- Déterminer l'expression de la vitesse instantanée $v(t)$.

c- Déterminer la valeur algébrique v_0 de la vitesse à la date $t=0s$.

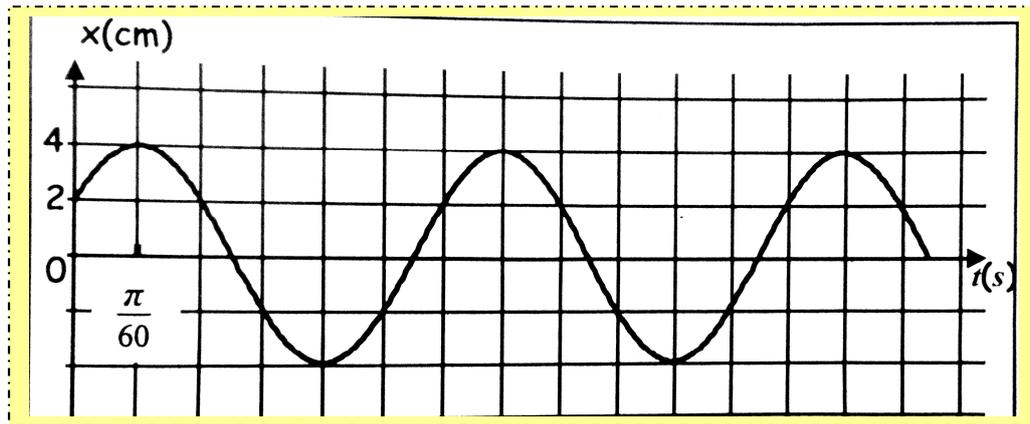
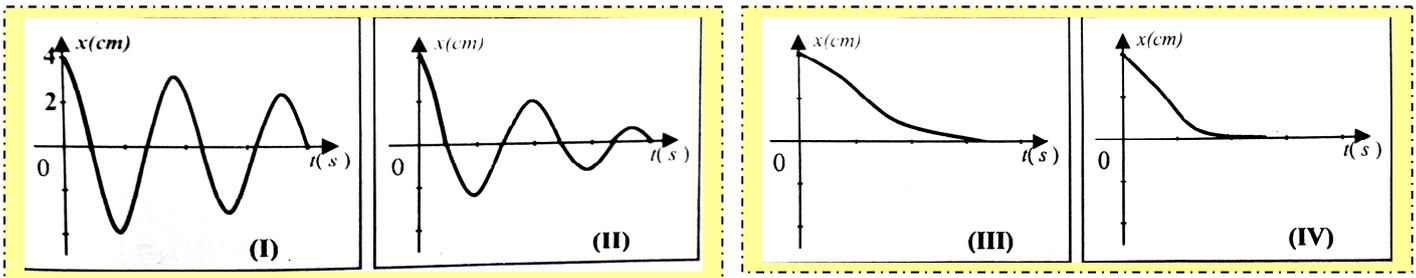


Figure-6

- 3)
 - a- exprimer pour une position quelconque d'abscisse x , l'énergie mécanique E du système (**Solide, ressort**) en fonction de m , K , x et v .
 - b- En utilisant les équations horaires de x et v , montrer que l'énergie E du même système est constante.
 - c- Sachant que $E= 3,2.10^{-2} J$, calculer la constante de raideur K du ressort et la masse m du solide.
- 4)
 - a- Représenter sur le même système d'axes l'énergie mécanique E , l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p du système (**S+T**) en fonction de v .
 - b- Déterminer les abscisses x et la vitesse v correspondantes pour que $E_c = E_p$.
- 5) En réalité les forces de frottements sont équivalentes à une force unique $\vec{f} = -h.\vec{v}$ où h est une constante positive.
 - a- Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (**S**).
 - b- montrer que l'énergie mécanique de l'oscillateur diminue au cours du temps.
 - c- On donne ci-dessous, dans un ordre quelconque et à la même échelle, les variations de $x(t)$ obtenues en répétant l'expérience quatre fois de suite pour quatre valeurs différentes de h telles que $h_1 < h_2 < h_3 < h_4$.



- * A quelle valeur $h_i (i=1, 2, 3, 4)$ correspond chaque diagramme.
- * Comment peut-on nommer les différents types de mouvements observés sachant que l'un des diagrammes, que l'on précisera, correspond au retour le plus rapide du solide vers son état d'équilibre.
- d- En se servant de l'enregistrement (I), déterminer l'énergie perdue pendant la première oscillation.

Exercice N°3 Oscillations mécaniques forcées

Un solide (S) de masse $m= 0,2 kg$ est lié à un ressort horizontal de constante de raideur $K=30N.m^{-1}$

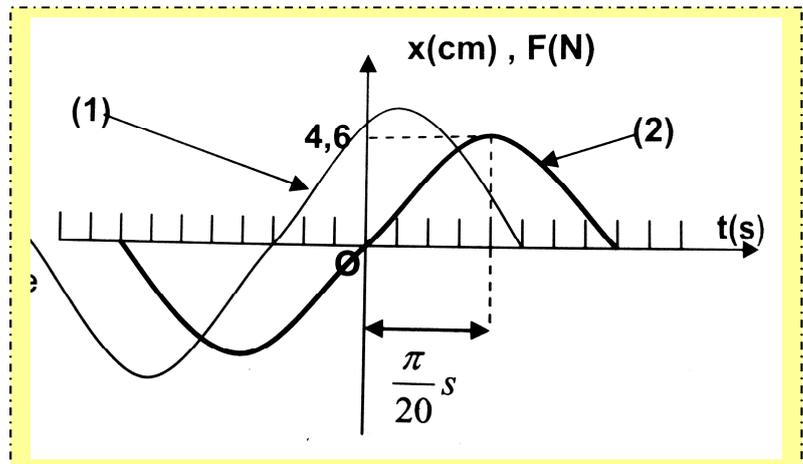
1) Le solide (S) est soumis à une force de frottement $\vec{f} = -2,41\vec{V}$ et à une force excitatrice F horizontale tel que $F(t) = 1,2 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_F)$. Etablir l'équation différentielle de l'oscillateur avec la variable x .

2) On donne les courbes $x(t)$ et $F(t)$.
a- Identifier les deux courbes (1) et (2). Justifier ?

b- Déduire de la courbe la valeur de ω_1 . Comparer ω_1 avec la pulsation propre ω_0 .

c- Déduire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement.

d- Calculer le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_x$.



3) pour une valeur ω_2 , l'amplitude V_m de la vitesse prend sa valeur maximale.

a- Qu'appelle-t-on le phénomène qui s'établit ? Comparer ω_1 et ω_2 .

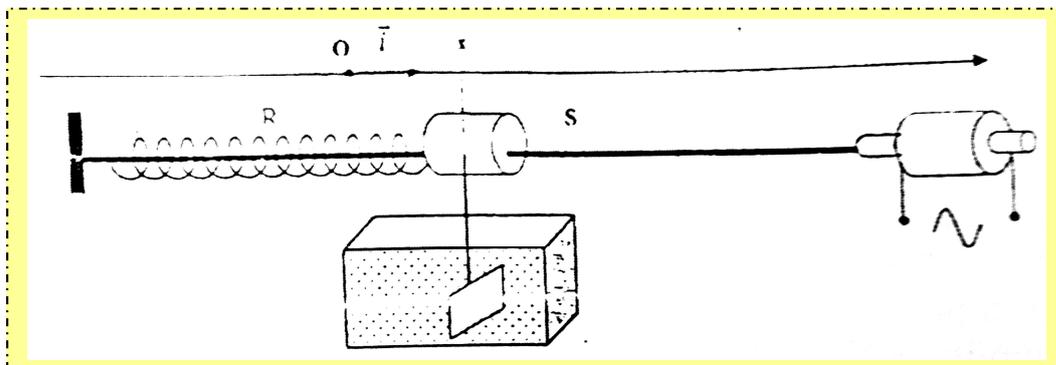
b- Exprimer l'énergie mécanique E de l'oscillateur en fonction de K, m, x et v .

c- Montrer que l'énergie E est constante. Calculer sa valeur.

Exercice N°4

Le dispositif de la **Figure ci-dessous** permet d'étudier expérimentalement les oscillations horizontales forcées d'un pendule élastique. Le ressort \textcircled{R} de masse négligeable, à spires non jointives est de raideur K . Le solide (S) de masse m est attaché à l'une des extrémités de \textcircled{R} . L'autre extrémité est fixée. Le solide peut coulisser sur la tige sans frottement mais subit au cours des oscillations un frottement visqueux exercée par un amortisseur constitué d'une plaque (P) de masse négligeable se déplaçant dans un liquide. Le mouvement du solide est étudié par rapport au repère (O, \vec{i}) , O étant la position de son centre d'inertie lorsqu'il est au repos. On notera x et $v = \frac{dx}{dt}$ l'élongation et la vitesse du solide à une date t quelconque au cours des oscillations.

Un électroaimant exerce sur (S) une force excitatrice $\vec{F} = F(t)\vec{i}$ avec $F(t) = F_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ de façon que F_m reste constante même si on modifie la fréquence excitatrice, la force de frottement visqueux est : $\vec{f} = h \cdot v \vec{i}$ avec h le coefficient de frottement visqueux. L'équation horaire du mouvement de (S) est ainsi : $x(t) = X_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_x)$.



1) L'étude expérimentale de l'amplitude $X_m = f(\omega)$ a conduit à la courbe ci-dessous. Nommer le phénomène spécifique à la pulsation ω_r .

2) Soit un dipôle **RLC** constitué :

* D'un condensateur de capacité $C = 20 \mu F$.

* d'une bobine purement inductive d'inductance $L = 0,25 H$

* d'un résistor de résistance R .

On rappelle que : $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \cdot \omega^2 + \left(L \cdot \omega^2 - \frac{1}{C}\right)^2}}$

Déterminer la valeur de R sachant que la fréquence de résonance de charge est $N_r = 70,6 \text{ Hz}$.

3) On donne : $K = 14,4 \text{ N.m}^{-1}$, $m = 0,1 \text{ kg}$, $F_m = 0,4 \text{ N}$ et $h = 0,7 \text{ kg.s}^{-1}$.

On rappelle que

a- Montrer, par analogie électrique – mécanique, que : $X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (m \cdot \omega^2 - K)^2}}$.

b- Montrer que : $\omega_r = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{h^2}{2 \cdot m^2}}$ puis calculer sa valeur.

c- Préciser comment varient X_{mr} et ω si on augmente la surface de la plaque (**P**).

d- Montrer qu'à partir d'une valeur limite h_0 que l'on détermine le phénomène spécifique à la pulsation ω_r n'est plus réalisable.