Série n° 14

pH des solutions aqueuses – Oscillations mécaniques forcées

Exercice n° 1 :

On dispose de trois flacons (**a**), (**b**) et (**c**) contenant chacun une solution aqueuse d'acide de même concentration molaire **C = 10^{-2} mol.L^{-1}**.

Flacon	Solution de	pK_a	Valeurs proposées pour le **pH**		
(a)	NH_4Cl	**9,2**	**10,6**	**5,6**	**2**
(b)	C_6H_5COOH	**4,2**	**7**	**8,2**	**3,1**
(c)	CH_3COOH	**4,8**	**2**	**3,4**	**7**

1) a) Classer ces acides selon leur force croissante. Justifier votre réponse.

b) Donner la formule de la base conjuguée de chaque acide.

c) À l'aide du tableau et sans calcul, indiquer, en le justifiant, le **pH** de chaque solution.

2) a) Montrer, en précisant les approximations utilisées, que le **pH** d'une solution d'un monoacide faible **AH** de molarité **C**, avec (10^{-6} M $\leq$ C $\leq 10^{-1}$ M), a pour expression :

$$pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C).$$

On suppose que l'acide est faiblement ionisé.

b) Montrer que le taux d'avancement final τ_F de la réaction d'un acide avec l'eau s'écrit

$$\tau_F = \sqrt{\frac{K_a}{C}}.$$

c) Calculer τ_F pour chacun de ces acides et montrer que le classement précédent dans **1) a)** est vérifié.

3) On prélève **6 cm^3** de la solution contenue dans le flacon (**a**) et on lui ajoute **24 cm^3** d'eau pure. Le **pH** de la solution obtenue a pour valeur **5,95**.

a) Comparer le nombre de moles des ions H_3O^+ avant et après l'addition de l'eau.

b) En déduire l'effet de la dilution sur l'ionisation de l'acide.

Exercice n° 2 :

On se propose d'étudier l'effet de la dilution sur le pH d'une solution aqueuse de base faible.

On prépare un volume **V_0 = 200 cm^3** d'une solution aqueuse (**S_0**) d'éthanoate de sodium (**CH_3COONa**) de concentration molaire initiale $_{C0}$ = **10^{-1} mol.L^{-1}** en dissolvant une masse **m** de ce sel, supposé pur et sec, dans l'eau pure. Le pH de la solution obtenue est **pH_0 = 8,9**.

1) Calculer **m**.

2) Écrire l'équation de la réaction qui accompagne la dissolution et qui justifie le **pH** mesuré. On rappelle que l'éthanoate de sodium se dissocie totalement dans l'eau.

3) **a)** Dresser le tableau descriptif d'évolution correspondant à la réaction de la base faible avec l'eau.
b) Déterminer pour la solution (S_0) l'expression du taux d'avancement final τ_F de la réaction en fonction de pH_0, pK_e et C_0. Calculer τ_F.
c) Montrer, en justifiant les approximations utilisées, que la constante d'acidité du couple CH_3COOH / CH_3COO^- a pour expression : $K_a = \dfrac{10^{-pH}}{\tau_F}$.
d) En déduire que : $pK_a = 2pH_0 - pK_e - \log C$.
4) On prélève un volume $V = 10\ cm^3$ de (S_0) et on y ajoute un volume V_e d'eau pure. Soit **C** la concentration de la solution (**S**) diluée obtenue.
a) Établir la relation entre **C**, V_e, C_0 et **V**.
b) En admettant que τ_F reste faible même à la suite de la dilution, montrer que le **pH** de la solution diluée est donné par la relation : $pH = pH_0 - \dfrac{1}{2}\log(1 + \dfrac{V_e}{V})$.
5) Calculer le **pH** de la solution (**S**) pour $V_e = 90\ cm^3$ et en déduire l'effet de la dilution sur le **pH** de la solution.
On donne : $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$; $M(Na) = 23\ g.mol^{-1}$ et $M(H) = 1\ g.mol^{-1}$.

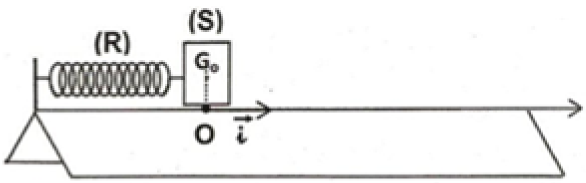
Exercice n° 3 :

I. On dispose d'une solution aqueuse (**S**) d'acide nitrique HNO_3 de **pH** égal à **2** et de concentration molaire $C = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$.
1) **a)** Quels sont les ions présents dans la solution (**S**) ?
b) Comparer les molarités des ions H_3O^+ et OH^- dans la solution (**S**) et conclure.
2) **a)** Montrer que l'acide nitrique est un acide fort :
i. En comparant $[H_3O^+]$ et **C**.
ii. En calculant le taux d'avancement final de la réaction d'ionisation de l'acide nitrique dans l'eau.
b) Écrire l'équation de la réaction de l'acide nitrique avec l'eau.
3) **a)** Exprimer le **pH** de la solution (**S**) en fonction de **C**.
b) À **20 mL** de (**S**) on ajoute $15\ cm^3$ d'eau distillée. On obtient une solution (**S'**). Calculer le **pH** de la solution (**S'**).
c) Quel volume d'eau pure doit-on ajouter à **10 mL** de (**S**) pour que son **pH** varie de **0,5** ?
II. Une solution aqueuse (**S**) d'acide éthanoïque CH_3CO_2H de concentration 10^{-3} **M**, a un **pH** égal à **3,87**.
1) Montrer, par deux méthodes différentes, que l'acide éthanoïque est un acide faible.
2) Écrire l'équation de son ionisation dans l'eau et préciser les couples acide-base mis en jeu.

Exercice n° 4 :

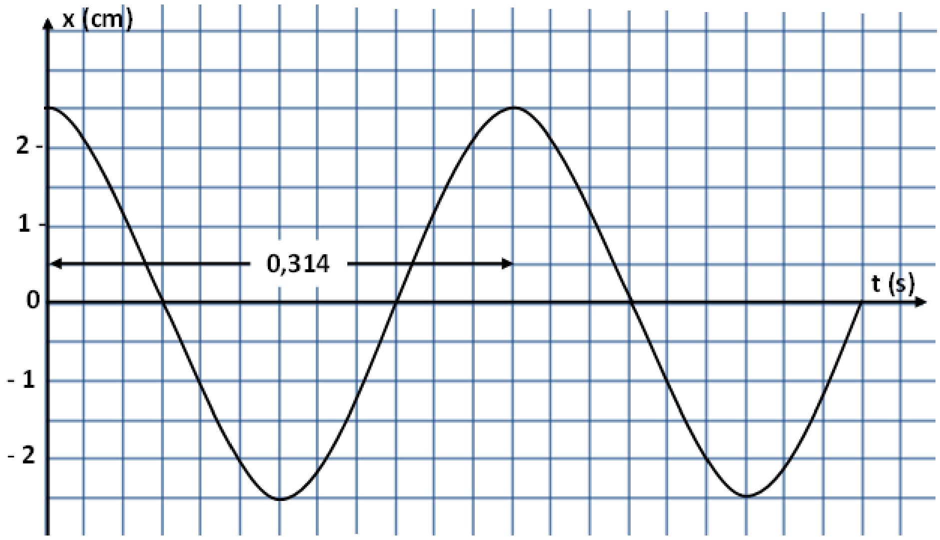
Un pendule élastique est constitué d'un solide (**S**) de masse **m** et d'un ressort (**R**) de raideur **k = 40 N m^{-1}** et de masse négligeable devant celle de (**S**).

I. Le solide (**S**) libre de se mouvoir sur un banc à coussin d'air horizontal est écarté de sa position de repos dans la direction d'un axe $(O, \vec{i})$ parallèle au banc, puis libéré sans vitesse initiale à un instant t_0 qui sera pris comme origine des temps ($t_0 = 0$ s). Pour étudier les oscillations du pendule, on repère au cours du temps la position du centre d'inertie **G** du solide (**S**) dans le repère $(O, \vec{i})$ (voir figure ci-dessous).



1) **a)** En désignant par **x** l'abscisse de **G** et par **v** sa vitesse à un instant **t** donné, exprimer l'énergie mécanique **E** du pendule élastique ne fonction de **m**, **k**, **v** et **x**.
b) En admettent que **E** reste constante au cours des oscillations, établir en **x**, l'équation différentielle des oscillations de **G**.

2) Un système approprié d'acquisition des données permet d'obtenir la courbe **2** de la figure ci-contre.



a) En déduire la valeur de :
i. La pulsation **ω** des oscillations
ii. La masse **m** du solide (S)
b) Déterminer :
i. Les expressions de **x(t)** et de **v(t)**.
ii. Le sens dans lequel le solide (**S**) a été écarté initialement.

II. Le solide **(S)** est maintenant soumis, au cours de ses oscillations, à une force excitatrice $\vec{F} = (1,2\sin 18t)\,\vec{i}$ et à une force de frottement $\vec{f} = -h\,\vec{V}$ avec $h = 0,8\ N.s.m^{-1}$.

1) Sachant que pour un dipôle **RLC** série soumis à une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin\omega t$, l'équation différentielle reliant la charge du condensateur **q** à sa dérivé première et à sa dérivé seconde est : $L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = u$ et sa solution est de la forme : $q = Q_m \sin(\omega t + \varphi_q)$, avec $Q_m = \dfrac{U_m}{\sqrt{R^2\omega^2 + (L\omega^2 - \dfrac{1}{C})^2}}$: la charge maximale et φ_q : la phase initiale de **q** telle que $tg(\varphi_q) = \dfrac{R\omega}{L\omega^2 - \dfrac{1}{C}}$.

a) En précisant l'analogie utilisée, écrire :

i. L'équation différentielle reliant l'abscisse **x** de **G** à sa dérivée première et à sa dérivée seconde pour l'oscillateur mécanique.

ii. L'expression de **x(t)** en régime permanant, en précisant son amplitude X_m et sa phase φ_x.

b) En déduire l'expression de la vitesse **v(t)** de **G**.

2) On modifie la pulsation de l'excitateur. Pour une valeur ω_1 de celle-ci, l'amplitude des oscillations devient maximale.

a) Donner le nom du phénomène dont l'oscillation est le siège à la pulsation ω_1.

b) Dans le cas d'un circuit **RLC** série, un phénomène analogue peut être observé à une valeur ω_r de la pulsation de la tension excitatrice **u(t)**. Établir l'expression de ω_r en fonction de la pulsation

c) En déduire par analogie, l'expression de ω_1 en fonction de **h**, **m** et ω_0, la pulsation propre du pendule élastique.

d) Calculer la puissance mécanique moyenne du pendule oscillant à la pulsation ω_1.