

I. Théorème des valeurs intermédiaires :

- 1) L'image d'un intervalle par une fonction continue et monotone est un intervalle de même nature.
- 2) Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I et a, b deux réels de I , pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans $[a, b]$.
Particulièrement si $f(a).f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[a, b]$.

II. Fonctions composée :

- 1) Pour que $g \circ f$ soit définie il faut que $x \in D_f$ et $f(x) \in D_g$.
- 2) Si $\lim_{a} f = b$ et $\lim_{b} g = c$ alors $\lim_{a} g \circ f = c$.
- 3) Si f est continue en a et g continue en $f(a)$ alors $g \circ f$ est continue en a .
- 4) Si $\begin{cases} f \text{ est continue sur } I \\ g \text{ est continue sur } J \\ f(I) \subset J \end{cases}$ alors $g \circ f$ est continue sur I .
- 5) Si $\begin{cases} f \text{ une fonction dérivable sur } I \\ g \text{ est dérivable sur } J \\ f(I) \subset J \end{cases}$ alors $g \circ f$ est dérivable sur I .

III. Axe de symétrie :

- 1) $\Delta : x = a$ est un axe de symétrie de ξ ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f ; (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$.
- 2) f est paire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f ; (-x) \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$, on étudie f sur $D_f \cap \mathbb{R}_+$ et (yy') un axe de symétrie.

IV. Centre de symétrie :

- 1) $I(a, b)$ est un centre de symétrie de ξ ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f ; (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) + f(x) = 2b \end{cases}$.
- 2) f est impaire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f ; (-x) \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$, on étudie f sur $D_f \cap \mathbb{R}_+$ et $O(0, 0)$ un centre de symétrie.

V. Fonction périodique :

- 1) f est périodique de période T ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f ; (x + T) \in D_f \\ f(x + T) = f(x) \end{cases}$.
- 2) Si f est périodique de période T il suffit d'étudier f sur $[a, a + T] \cap D_f$.
- 3) On étudie ξ par des translations de vecteurs $kT \vec{i}$ (ou k entier relatif) de la courbe de la restriction de f à $[a, a + T] \cap D_f$.

VI. Point d'inflexion :

- 1) Soit f une fonction deux fois dérivable sur I , Si f'' s'annule en a en changeant de signe alors le point $A(a, f(a))$ est un **point d'inflexion** de la courbe de f .
- 2) Graphiquement la courbe de f traverse la tangente au point A .

VII. Asymptotes verticales et horizontales :

| |
|---|
| Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ alors la droite $\Delta: x=a$ est une asymptote verticale à ζ . |
| Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$ alors la droite $\Delta: y = b$ est une asymptote horizontale à ζ . |

VIII. Asymptote oblique :

| |
|---|
| $\Delta: y = ax + b$ asymptote oblique à ζ ssi $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ |
|---|

IX. Branches infinies :

| | | |
|---|--|--|
| $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ \Downarrow $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} =$ | | |
| ∞ | 0 | a |
| \Downarrow | \Downarrow | \Downarrow |
| ζ admet une branche parabolique de direction (yy') | ζ admet une branche parabolique de direction (xx') | $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax =$ $\swarrow \quad \searrow$ $\infty \quad b$ |
| | | ζ admet une branche parabolique de direction $y = ax$ |
| | | $y = ax + b$ est une asymptote à ζ au voisinage de ∞ |

X. Divers :

- 1) Pour étudier la position relative de la courbe C de f et la droite $\Delta: y = ax + b$, il faut étudier le signe de $f(x) - (ax + b)$.
 - a) Si $f(x) - (ax + b) \leq 0$ alors C_f est au dessous de Δ .
 - b) $f(x) - (ax + b) \geq 0$ alors C_f est au dessus de Δ .
- 2)
 - a) Pour déterminer les points d'intersection de C_f et (xx') on résout l'équation $f(x) = 0$.
 - b) Pour déterminer les points d'intersection de C_f et (yy') on résout l'équation $f(0) = y$.