Résumé : *Primitives*
Niveau : *Bac mathématiques*
Réalisé par : *Prof. Benjeddou Saber*
Email : saberbjd2003@yahoo.fr

Définition : *"Fonction primitive"*

Soit f et F deux fonctions définies sur un intervalle I.
F est dite une primitive de f sur I si F est dérivable sur I et $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in I$.

Théorème :

Toute fonction continue sur un intervalle I admet au moins une primitive sur I.

Théorème :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I.

Si F et G sont deux primitives de f sur I, alors la fonction $F - G$ est constante sur I.

Corollaire :

Soit f une fonction continue sur un intervalle I. Soit $a \in I$ et $b \in \mathbb{R}$.

Alors f admet une unique fonction primitive F sur I telle que $F(a) = b$.

Primitives des fonctions usuelles :

Dans le tableau ci-dessous, F désigne une primitive de f sur l'intervalle I. a, b et c sont des réels.

I est un intervalle de :	f	F
$\mathbb{R}$	a	$ax + c$
$\mathbb{R}$	$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}$	$\frac{1}{-n+1}x^{-n+1} + c$
$[0, +\infty[$	$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$
$]0, +\infty[$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$
$\mathbb{R}$	$\cos(ax + b), a \neq 0$	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$
$\mathbb{R}$	$\sin(ax + b), a \neq 0$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$
$\mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R}\ tq\ ax + b = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	$1 + tg^2(ax + b), a \neq 0$	$\frac{1}{a}tg(ax + b) + c$
$\mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R}\ tq\ ax + b = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	$1 + cotg^2(ax + b), a \neq 0$	$-\frac{1}{a}cotg(ax + b) + c$

Théorème :

Soit F et G deux primitives respectives de deux fonctions f et g sur un intervalle I.

- La fonction $F+G$ est une primitive de la fonction $f+g$ sur I.
- Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. La fonction αF est une primitive de la fonction αf sur I

Règles générales de détermination des fonctions primitives :

Dans le tableau ci-dessous, F désigne une primitive de f sur l'intervalle I.

u et v sont deux fonctions dérivables sur I.

Condition	f	F
	$a\,u'$	$a\,u + c$
	$u' + v'$	$u + v + c$
	$u'v + uv'$	$u \cdot v + c$
	$u'\,u^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$
u ne s'annule pas sur I	$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + c$
u ne s'annule pas sur I	$\frac{u\prime}{u^n}, n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}$	$\frac{-1}{(n-1)u^{n-1}} + c$
v ne s'annule pas sur I	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v} + c$
$u > 0$ sur I	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$
$u > 0$ sur I	$u'\ \sqrt[n]{u^{n-1}},\ n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}$	$n\sqrt[n]{u}$
u est dérivable sur $v(I)$	$v' \cdot (u' \circ v)$	$u \circ v + c$