

❖  $z = a + ib$  ; a et b sont deux réels : forme cartésienne ou algébrique de z ,  $a = \text{Re}(z)$  et  $b = \text{Im}(z)$  .

$\bar{z} = a - ib$  : le conjugué de z       $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  : module de z .

$z + \bar{z} = 2\text{Re}(z)$	$z - \bar{z} = 2i\text{Im}(z)$	$z \cdot \bar{z} = \text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2 =  z ^2$
-------------------------------	--------------------------------	---

Pour tout nombre complexe z et  $z_0$  on a :  $(z - z_0)(\bar{z} - \bar{z}_0) = z\bar{z} - 2\text{Re}(z_0)z + |z|^2$  .

❖ z est réel ssi  $\text{Im}(z) = 0$  ssi  $z = \bar{z}$  .

z est imaginaire ssi  $\text{Re}(z) = 0$  ssi  $\bar{z} = -z$  .

❖ Le plan muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  .

A tout point M (a , b) on associe le nombre complexe  $z = a + ib$  noté aff(M) où  $z_M$  . On a :

$OM = |z|$  et  $(\vec{u}, \overrightarrow{OM}) \equiv \arg(z)(2\pi)$

$M' = S_{(Ox)}(M)$ ssi $\bar{z}_M = z_{M'}$ ;	$M' = S_{O}(M)$ ssi $z_{M'} = -z_M$	$M' = S_{(Oy)}(M)$ ssi $-z_M = z_{M'}$
---	-------------------------------------	--

### Opérations sur les arguments:

$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') [2\pi]$	$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') [2\pi]$	$\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z) [2\pi]$
$\arg(z^n) = n\arg(z) [2\pi]$	$\arg(\bar{z}) = -\arg(z) [2\pi]$	$\arg(-z) = \pi + \arg(z) [2\pi]$

L'affixe du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est  $z_B - z_A$

$|z_B - z_A| = AB$  et  $\arg(z_B - z_A) \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{AB})(2\pi)$

L'affixe du milieu de [AB] est  $\frac{z_A + z_B}{2}$  .

M d'affixe z appartient à la médiatrice de [AB] ssi  $|z_M - z_A| = |z_M - z_B|$

M d'affixe z appartient au cercle de centre A et de rayon r ssi  $|z_M - z_A| = r$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)(2\pi)$

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs tels que  $\vec{v}$  est non nul

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **colinéaires** ssi  $\frac{\text{aff}(\vec{u})}{\text{aff}(\vec{v})}$  est **réel** .

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux** ssi  $\frac{\text{aff}(\vec{u})}{\text{aff}(\vec{v})}$  est **imaginaires** .

❖  $\left| \frac{z_A - z}{z_B - z} \right| = \frac{MA}{MB}$  et  $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \arg\left(\frac{z_B - z_M}{z_A - z_M}\right)(2\pi)$

➤ {M un point du plan tel que ,  $\frac{MA}{MB} = 1$  } = med [AB].

➤ {M(z) tel que ,  $\arg(z - z_A) \equiv \theta(2\pi)$  } = la demi droite [AT) privé du point A tel que  $(\vec{u}, \overrightarrow{AT}) \equiv \theta(2\pi)$  .

➤ {M(z) tel que ,  $\arg(z - z_A) \equiv \theta(\pi)$  } = la droite (AT) privé du point A tel que  $(\vec{u}, \overrightarrow{AT}) \equiv \theta(2\pi)$  .

- $\{M(z) \text{ tel que } (\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \theta(2\pi); \theta \neq k\pi\}$  = l'arc AB privé des points A et B du cercle passant par A et B et tangent à [AT] tel que  $(\overline{AT}, \overline{AB}) \equiv \theta(2\pi)$ .

**Remarque :** Si  $\theta \equiv \frac{\pi}{2}(\pi)$ , l'ensemble est le demi cercle de diamètre [AB] privé de A et B.

- $\{M \text{ du plan tel que } (\overline{MA}, \overline{MB}) \equiv \theta(2\pi); \theta \neq k\pi\}$  = cercle passant par A et B privé des points A et B et tangent à [AT] tel que  $(\overline{AT}, \overline{AB}) \equiv \theta(2\pi)$ .

**Remarque :** Si  $\theta \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$ , l'ensemble est le cercle de diamètre [AB] privé de A et B.

- ❖  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  : forme trigonométrique de z avec  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$  et  $\theta$  tel que  $\cos \theta = \frac{a}{r}$  et  $\sin \theta = \frac{b}{r}$ .

$z = re^{i\theta}$  : forme exponentielle de z. **Formule de Moivre :**  $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$  ou  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$

$z = re^{i\theta}, r > 0 \Leftrightarrow |z| = r$  et  $\arg(z) \equiv \theta(2\pi) \Leftrightarrow OM = r$  et  $(\vec{u}, \overline{OM}) \equiv \theta(2\pi)$ .

Opposé : $-z = re^{i(\theta+\pi)}$	Conjugué : $\bar{z} = re^{-i\theta}$
Produit : $re^{i\theta} \cdot r'e^{i\theta'} = rr'e^{i(\theta+\theta')}$	Quotient : $\frac{re^{i\theta}}{r'e^{i\theta'}} = \frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$
Puissance : $(re^{i\theta})^n = r^n e^{in\theta}$	$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

$$1 + e^{ix} = 2 \cos \frac{x}{2} e^{i\frac{x}{2}} \quad \text{et} \quad 1 - e^{ix} = -2i \sin \frac{x}{2} e^{i\frac{x}{2}}$$

$$M(z) \in \zeta_{(A(z_0), R)} \Leftrightarrow |z - z_0| = R \Leftrightarrow \text{il existe } \theta \in \mathbb{R}, z = z_0 + Re^{i\theta}$$

- ❖  $z^n = 1$  ssi  $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}}$ ,  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ , racines nièmes de l'unité.

$z^n = a$  ssi  $z_k = re^{i(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})}$  avec  $r^n = |a|$  et  $\arg(a) \equiv \theta(2\pi)$ ,  $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$

- ❖ **Equation :  $az^2 + bz + c = 0$**

On calcule  $\Delta = b^2 - 4ac$  et on cherche  $\delta$  une racine carré de  $\Delta$ .

Si  $\delta = x + iy$  alors : 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = |\Delta| \\ x^2 - y^2 = \text{Re}(\Delta) \\ 2xy = \text{Im}(\Delta) \end{cases}$$

$z' = \frac{-b - \delta}{2a}$  et  $z'' = \frac{-b + \delta}{2a}$  sont les solutions de l'équation.

$z + z' = -\frac{b}{a}$  et  $zz' = \frac{c}{a}$ .

- ❖ **P(z)=0 équation de degré n :**

Si  $z_0$  solution de  $P(z)=0$  alors  $P(z) = (z-z_0)Q(z)$  est un polynôme de degré n-1.