

I. Axe de symétrie :

➤ $\Delta: x = a$ est un axe de symétrie de \mathcal{C}_f ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$

➤ f est paire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$ On étudie f sur $D_f \cap \mathbb{R}_+$ et (yy') un axe de symétrie

II. Centre de symétrie :

➤ $I(a,b)$ est un centre de symétrie de \mathcal{C}_f ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) + f(x) = 2b \end{cases}$

➤ f est impaire ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$ On étudie f sur $D_f \cap \mathbb{R}_+$ et $O(0,0)$ est un centre de symétrie pour \mathcal{C}_f

III. Fonction périodique :

➤ f est périodique de période T ssi $\begin{cases} \forall x \in D_f (x + T) \in D_f \\ f(x + T) = f(x) \end{cases}$

➤ Si f est T -périodique alors il suffit de l'étudier sur un intervalle $[a, a+T] \cap D_f$

➤ On déduit \mathcal{C}_f par des translations de vecteurs $kT\vec{i}$ (ou k est un entier relatif) de la courbe $C' = c'$ est la courbe de la restriction de f sur $[a, a+T] \cap D_f$

IV. Point d'inflexion :

➤ Le point $A(a, f(a))$ est un point d'inflexion de \mathcal{C}_f si \mathcal{C}_f traverse sa tangente en ce point .

➤ Si $f''(a) = 0$ et change de signe alors A est un point d'inflexion

V. Asymptotes verticales et horizontales :

➤ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ alors la droite $\Delta: x = a$ est une asymptote verticale à \mathcal{C}_f

➤ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ alors la droite $\Delta: y = a$ est une asymptote horizontale à \mathcal{C}_f

VI. Asymptote oblique :

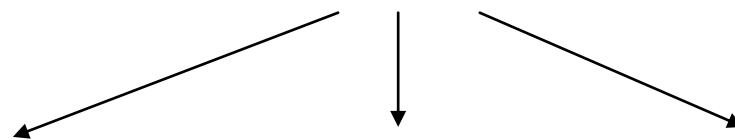
➤ $\Delta: y = ax + b$ asymptote oblique à \mathcal{C}_f ssi $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax + b) = 0$

VII. Branches infinies :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$$

$$\downarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} =$$



∞	0	a
\mathcal{C}_f admet une branche parabolique de direction (yy')	\mathcal{C}_f admet une branche parabolique de direction (xx')	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - ax =$ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> ∞ \mathcal{C}_f admet une branche parabolique de direction $y=ax$ </div> <div style="text-align: center;"> b $y=ax+b$ est une asymptote oblique </div> </div>

VIII. Divers :

- 1) Si $f(x) = ax + b + g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ alors
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (ax + b) = 0$ donc la droite d'équation $y = ax + b$ est une asymptote à \mathcal{C}_f au $v(\infty)$
- 2) Position relative de $\Delta: y = ax + b$ et \mathcal{C}_f on étudie le signe de $f(x) - (ax + b)$
- Si $f(x) - (ax + b) \leq 0$ alors \mathcal{C}_f est au dessous de Δ
 - Si $f(x) - (ax + b) \geq 0$ alors \mathcal{C}_f est au dessus de Δ

Khammour-Math