Résumé :Etude de fonction

I. Axe de symétrie :

- $\Delta : x = a$ *est un axe de symétrie de* $\mathscr{C}_f$ ***ssi*** $\begin{cases} \forall\, x \in D_f \ (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$
- *f est paire* ***ssi*** $\begin{cases} \forall\, x \in D_f \ \ -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$ *On étudie f sur* $D_f \cap \mathbb{R}_+$ *et (yy') un axe de symétrie*

II. Centre de symétrie :

- *I(a,b) est un centre de symétrie de* $\mathscr{C}_f$ ***ssi*** $\begin{cases} \forall\, x \in D_f \ (2a - x) \in D_f \\ f(2a - x) + f(x) = 2b \end{cases}$
- *f est impaire* ***ssi*** $\begin{cases} \forall\, x \in D_f \ \ -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$ *On étudie f sur* $D_f \cap \mathbb{R}_+$ *et O(0 ,0) est un centre de symétrie pour* $\mathscr{C}_f$

III. Fonction périodique :

- *f est périodique de période T* ***ssi*** $\begin{cases} \forall\, x \in D_f \ (x + T) \in D_f \\ f(x + T) = f(x) \end{cases}$
- *Si f est T-périodique alors il suffit de l'étudier sur un intervalle* [a,a+T] $\cap D_f$
- *On déduit* $\mathscr{C}_f$ *par des translations de vecteurs* $kT\vec{\imath}$ *(ou k est un entier relatif) de la courbe C' =c'est la courbe de la restriction de f sur* [a,a+T] $\cap D_f$

IV. Point d'inflexion :

- *Le point A(a,f(a)) est un point d'inflexion de* $\mathscr{C}_f$ *si* $\mathscr{C}_f$ *traverse sa tengente en ce point .*
- *Si* $f''(a) = 0$ *et change de signe alors A est un point d'inflexion*

V. Asymptotes verticales et horizontales :

- *Si* $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$ *alors la droite* $\Delta : x = a$ *est une asymptote verticale à* $\mathscr{C}_f$
- *Si* $\lim_{x\to\infty} f(x) = a$ *alors la droite* $\Delta : y = a$ *est une asymptote horizontale à* $\mathscr{C}_f$

VI. Asymptote oblique :

- $\Delta : y = ax + b$ *asymptote oblique à* $\mathscr{C}_f$ ***ssi*** $\lim_{x\to\infty} f(x) - (a\,x + b) = 0$

VII. Branches infinies :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} =$$

∞	*0*	*a*
$\mathscr{C}_f$ *admet une branche parabolique de direction (yy')*	$\mathscr{C}_f$ *admet une branche parabolique de direction (xx')*	$\lim_{x\to+\infty} f(x) - ax =$ $\underline{\infty}$: $\mathscr{C}_f$ *admet une branche parabolique de direction y=ax* ***b*** : *y=ax+b est une asymptote oblique*

VIII. Divers :

1) *Si* $f(x) = ax + b + g(x)$ *et* $\lim_{x\to\infty} g(x) = 0$ *alors*
   $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ *et* $\lim_{x\to\infty} f(x) - (ax+b) = 0$ *donc la droite d'équation y=ax+b est une asymptote à* $\mathscr{C}_f$ *au v(∞)*
2) *Position relative de* $\Delta: y = ax + b$ *et* $\mathscr{C}_f$ *on étudie le signe de* $f(x) - (ax+b)$
   - *Si* $f(x) - (ax+b) \leq 0$ *alors* $\mathscr{C}_f$ *est au dessous de* Δ
   - *Si* $f(x) - (ax+b) \geq 0$ *alors* $\mathscr{C}_f$ *est au dessus de* Δ