Equation différentielle

$4^{ème}$ math **B.H.Hammouda Fethi**

Vocabulaire :

Une équation de la forme $y'=ay$, où l'inconnue y est une fonction et a est un réel , est appelée équation différentielle linéaire du premier ordre coefficient constant .
Résoudre dans IR une équation de la forme $y'=ay$, c'est trouver toutes les fonction dérivables sur IR qui vérifie $y'=ay$.

Théorème :

Soit a un réel . l'ensemble des solution de l'équation différentielle $y'=ay$ est l'ensemble des fonction définies sur IR par $f:x\to ke^{ax}$, où k est un réel quelconque .

Théorème :

Soit a un réel non nul .Pour tous réels x_0 et y_0 , l'équation $y'=ay$ admet une unique solution qui prend la valeur y_0 en x_0 . c'est la fonction définie sur IR par $f:x\to y_0e^{a(x-x_0)}$.

Activité 4 page 191 :

Equation différentielle du type $y'=ay+b$***, où a et b sont deux réels tels que*** $a\neq 0$:

Théorème :

Soit a et b deux réels tels que $a\neq 0$. l'ensemble des solution de l'équation différentielle $y'=ay+b$ est l'ensemble des fonction définies sur IR par $f:x\to ke^{ax}-\frac{b}{a}$, où k est un réel quelconque .de plus pour tout réels x_0 et y_0 , la fonction $f:x\to\left(y_0+\frac{b}{a}\right)e^{a(x-x_0)}-\frac{b}{a}$.

Activité 2 page 193 :

Equation différentielle du type $y''+\omega^2y=0$***, où*** ω ***est un réel :***

Théorème :

Soit ω est un réel un réel non nul et x_0 et y_0 deux réels .
L'équation $y''+\omega^2y=0$ admet une unique solution dans IR vérifiant $f(0)=x_0$ et $f'(0)=y_0$.
C'est la fonction définie sur IR par $f(x)=\frac{y_0}{\omega}\sin(\omega x)+x_0\cos(\omega x)$.

Activité 4 page 196 :

Théorème :

Soit ω est un réel un réel non nul. l'ensemble des solution de l'équation différentielle $y''+\omega^2y=0$ est l'ensemble des fonction définies sur IR par $f:x\to A\sin(\omega x)+B\cos(\omega x)$, où A et B deux réels .

Activité 6 page 197 :