

La légende du jeu d'échec

Une légende raconte qu'un souverain voulut récompenser l'inventeur du jeu d'échecs. Celui-ci pria le roi de lui offrir 1 grains de blé pour la première case du jeu, 2 grains pour la deuxième case du jeu, 2 fois 2 grains de blé pour la troisième case ainsi de doubler le nombre de grains de case en case jusqu'à la 64^e et la dernière case du jeu.

1) Combien le roi devra t-il donner de grains pour la dernière case ?

2) Montrer alors que le roi donne en tout $2^{64} - 1$ grains de blé.

Avec la calculatrice, donner en écriture scientifique une valeur approchée de ce nombre à 10 exposants -3 près.

3) En estimant qu'en moyenne 100 grains de blés pèsent 10 g, donner en g, puis en kg, puis en tonnes la masse des $2^{64} - 1$ grains de blés.

4) La production mondiale de blé est actuellement voisine de 650 millions de tonnes (exactement 649 millions en 2009).

Donner une estimation de nombre d'années de production qui seraient nécessaires pour contenter l'inventeur du jeu d'échecs.

5) En estimant que le volume de 100 grains de blé est à peu près 5 cm^3 , donner en m^3 une valeur approchée simple du volume des $2^{64} - 1$ grains de blé.

6) En estimant qu'en moyenne 100 grains de blé pèsent 10g, donner en g puis en kg puis en tonnes la masse des $2^{64} - 1$ grains de blé.

7) La production mondiale de blé est actuellement voisine de 650 millions de tonnes.

Donner une estimation de nombre d'années de production qui seraient nécessaires pour contenter l'inventeur du jeu.

N° de case	Nombre de grains de blé
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512
11	1024
12	2048
13	4096
14	8192
15	16384
16	32768
17	65536
18	131072
19	262144
20	524288
21	1048576
22	2097152
23	4194304
24	8388608
25	16777216
26	33554432
27	67108864
28	134217728
29	268435456
30	536870912
31	1073741824
32	2147483648
33	4294967296

34	8589934592
35	17179869184
36	34359738368
37	68719476736
38	137 438 953 472
39	274 877 906 944
40	549 755 813 888
41	1 099 511 627 776
42	2 199 023 255 552
43	4 398 046 511 104
44	8 796 093 022 208
45	17 592 186 044 416
46	35 184 372 088 832
47	70 368 744 177 664
48	140 737 488 355 328
49	281 474 976 710 656
50	562 949 953 421 312
51	1 125 899 906 842 620
52	2 251 799 813 685 250
53	4 503 599 627 370 500
54	9 007 199 254 740 990
55	18 014 398 509 482 000
56	36 028 797 018 964 000
57	72 057 594 037 927 900
58	144 115 188 075 856 000
59	288 230 376 151 712 000
60	576 460 752 303 423 000
61	1 152 921 504 606 850 000
62	2 305 843 009 213 690 000
63	4 611 686 018 427 390 000
64	9 223 372 036 854 780 000
Total	18 446 744 073 709 600 000