

Barycentre

BARYCENTRE DE DEUX POINTS PONDERES

a) point pondéré

On appelle point pondéré le couple (A, α) constitué du point A et du coefficient α ($\alpha \in \mathbb{R}$) affecté au point A.

b) barycentre

α et β sont deux réels tels que : $\alpha + \beta \neq 0$. Le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) est le point G qui vérifie : $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$

Ecrire \overrightarrow{AG} en fonction de \overrightarrow{AB} , en déduire l'existence et l'unicité de G, montrer que G est sur la droite (AB)

c) Propriétés

Si G est barycentre de (A, α) et (B, β) , alors :

- G est situé sur la droite (AB)
- G est aussi le barycentre de $(A, k\alpha)$ et $(B, k\beta)$, $k \neq 0$.

Dans le cas particulier où , Le barycentre est le milieu I de [AB]. On dit que I est l'isobarycentre de A et de B : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

d) Propriété fondamentale

Le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) est le point G tel que, pour tout point M du plan : $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}}{\alpha + \beta}$.

Réciproquement, G est le seul point qui vérifie cette égalité.

Applications :

1) déterminer les coordonnées du barycentre G de $(A ; 4)$ et $(B ; 1)$ avec $A (-4 ; 4)$ et $B (7 ; -2)$.

2) Les points A, B et C vérifient : $\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$. Déterminer c pour que A soit le barycentre de $(B ; 1)$ et $(C ; c)$.

3) Les points A, B, C et D vérifient : $\overrightarrow{DA} - 3\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$. Montrer que A,B et C sont alignés et donner les positions relatives des point A, B et C.

BARYCENTRE DE TROIS PONDERES

a) définition

α , β et γ sont trois réels tels que $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.

Le barycentre de $(A ; \alpha)$, $(B ; \beta)$ et $(C ; \gamma)$ est le point G qui vérifie :

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

b) propriété fondamentale

Le barycentre de $(A ; \alpha)$, $(B ; \beta)$ et $(C ; \gamma)$ est le point G qui vérifie, pour tout point M du plan :

$$\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = \frac{\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC}}{\alpha + \beta + \gamma}$$

c) Associativité du barycentre

Considérons un système de 3 (ou 4) points pondérés, une partie formée de 2 (ou 3) points admet, en général un barycentre. On pourra utiliser cette remarque pour démontrer que des points sont alignés et des droites concourantes.

Un exemple : On appelle G le barycentre du système de points pondérés :

$(A, 2)$, $(B, 4)$ et $(C, 3)$. On appelle I le barycentre du système $(B, 4)$ et $(C, 3)$.

Montrer que les points A,G et I sont alignés et préciser les positions relatives des trois points.

BERREZIG