LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE PROF: SALAH HANNACHI

« 4^{EME} Technique 3»

SERIE D'EXERCICES

Probabilités sur un ensemble fini Variables aléatoires



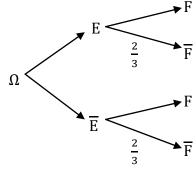
EXERCICE N1:

Un sac contient 5 jetons blancs (1,2,3,4,5) et 4 jetons noirs (1,2,3,7). On suppose que les jetons sont identiques. On tire au hasard et simultanément 3 jetons du sac.

- 1) Calculer card(Ω)
- 2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « Obtenir trois jetons de même couleur »
- B: « Obtenir trois jetons portant des numéros impairs »
- 3) Calculer $p(A \cap B)$. En déduire p(A/B) et p(B/A)
- 4) a) Calculer avec une autre manière p(A/B)
 - b) En déduire p(B/A) puis $p(A \cap B)$.

EXERCICE N2:

Soit E et F deux évènements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ vérifiant $p(E \cap \overline{F}) = \frac{1}{6}$ et vérifiant aussi l'arbre de probabilité suivant :



Montrer que les évènements E et F sont indépendants.

EXERCICE N3:

Dans une usine le tiers de la production provient de la machine A, le quart provient de la machine B et le reste provient de la machine C. Les trois machines fabriquent des ampoules de types (1) et (2).

- ⇒ On a constaté que : Sur 1000 ampoules produites par A, deux seulement sont défectueuses.
 - Sur 1000 ampoules produites par B, dix seulement sont défectueuses.
 - Sur 1000 ampoules produites par C, cinq seulement sont défectueuses.

On choisit au hasard une ampoule emballée.

- 1) Calculer la probabilité que l'ampoule choisie fonctionnait.
- 2) Calculer la probabilité que l'ampoule choisie provient de A sachant qu'elle soit défectueuse.

EXERCICE N4:

On considère deux urnes identiques U_1 et U_2 . La première contient deux jetons numérotés 1 et 2. La deuxième contient quatre jetons numérotés 1, 2, 3 et 4.

On choisit au hasard une urne puis on tire un jeton de cette urne.

- a) Quelle est la probabilité de tirer un jeton portant le numéro 1.
- b) Sachant qu'on a tiré un jeton portant le numéro 1. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'urne U_1 .



EXERCICE N5:

Pour entretenir en bonne état de fonctionnement le chauffage, une société contrôle les chaudières pendant l'été. Des études statistiques menées donnent les résultats suivants :

- 20% des chaudières sont sous garantie.
- Parmi les chaudières sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de $\frac{1}{100}$.
- Parmi les chaudières qui ne sont plus sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de $\frac{10}{100}$.

On appelle G l'événement : « La chaudière est sous garantie » et D : « La chaudière est défectueuse »

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A: « La chaudière est sous garantie et défectueuse »
 - B: « La chaudière n'est plus sous garantie et défectueuse »
- 2) En déduire la probabilité pour qu'une chaudière soit défectueuse.
- 3) On sait que la chaudière est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit sous garantie
- 4) Le contrôle ou la réparation est gratuit si la chaudière est sous garantie, il coute 20 dinars si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse, et coute 200 dinars si la chaudière n'est plus sous garantie et défectueuse. On note X la variable aléatoire qui représente le cout de contrôle ou de réparation d'une chaudière. Déterminer la loi de probabilité de X et le cout moyen de contrôle ou de réparation.

EXERCICE N6:

On dispose d'un sac contenant un jeton blanc et neuf jetons noirs indiscernables au toucher et on dispose aussi d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

■ On décide les règles suivantes pour le déroulement d'un jeu :

Le joueur doit tirer un jeton puis lancer le dé :

- Si le jeton est blanc, le joueur perd lorsque le lancer du dé donne 6.
- Si le jeton est noir, le joueur gagne lorsque le lancer du dé donne 6.

A la fin de la partie, le jeton est remis dans le sac.

On considère les évènements suivants :

B : « le jeton tiré est blanc » et G : « le joueur gagne le jeu »

- 1) En utilisant un diagramme en arbre, montrer que $p(G) = \frac{7}{30}$
- 2) Le joueur a perdu. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré un jeton blanc.

EXERCICE N7:

On considère trois urnes U_1 , U_2 et U_3 .

 U_1 contient deux boules rouges et six boules noires.

 U_2 contient trois boules rouges, quatre boules noires et deux boules blanches.

 U_3 contient une boule rouge et quatre boules noires.

- On lance une fois un dé régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
- Si le résultat est 1, on tire (au hasard) simultanément trois boules de U_1 .
- Si le résultat est 2, 3 ou 5, on tire (au hasard) successivement et sans remise trois boules de U_2 .
- Si le résultat est 4 ou 6, on tire (au hasard) successivement et avec remise trois boules de U_3 .

On note A₁ l'événement : « le dé donne le résultat 1 »

A₂l'évènement : « le dé donne le résultat 2 , 3 ou 5 »

A₃l'évènement : « le dé donne le résultat 4 ou 6 »

B l'évènement : « obtenir trois boules noires »

En utilisant un diagramme en arbre, déterminer p(B).



EXERCICE N8:

Une urne contient une boule numérotée (-1) ; une boule numérotée 5 et trois boules numérotées (-3) indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité de l'évènement A : « tirer deux boules de numéros différents ».
- 2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des numéros correspondants.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X.
 - b) Montrer que ce jeu est perdant.

EXERCICE N9:

Une urne U_1 contient 4 jetons rouges, 3 jetons verts et 2 jetons noirs. Les jetons sont indiscernables au toucher .

- 1) On tire simultanément et au hasard 3 jetons de U_1 . Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « Tirer trois jetons de même couleur »
- B: « Tirer trois jetons portant les trois couleurs »
- C: « Tirer trois jetons portant deux couleurs»
- 2) On considère une urne U_2 contenant 3 jetons verts numérotés (1,1,1) et un jeton noir numéroté 2. On considère l'épreuve suivante :
- Si A est réalisé alors on tire au hasard successivement et sans remise 3 jetons de U_2 .
- Si B est réalisé alors on tire au hasard successivement et avec remise 3 jetons de U_2 .
- Si C est réalisé alors on tire au hasard simultanément 3 jetons de U_2 .

On désigne par X l'aléa numérique qui à chaque tirage de 3 jetons de U_2 associe le nombre de jetons numérotés 1.

- a) Déterminer la loi de probabilité de X.
- b) Déterminer la probabilité de B sachant qu'on a tiré 3 jetons numérotés 1 de l'urne U_2 .
- 3) On tire un jeton de U_2 et on le met dans l'urne U_1 , puis on tire simultanément deux jetons de U_1 . Calculer la probabilité de l'événement : E: « tirer deux jetons de même couleur de U_1 »

