EXERCICE N°1.

Calculer les limites suivantes :

❶

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-2}{x^2+4x-5} \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-6x^2-4x+24}{3x^3-2x+8}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3-6x^2-4x+24}{x-2} \qquad \lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4} \qquad \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+3}}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{3x}-3}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}} \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}-\sqrt{x}$$

$$\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+7}-x \qquad \lim_{x\to +\infty} \sqrt{2x^2+3x+1}-x$$

❷

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin x} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\cos x}-\sqrt{2}}{\sin^2 x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 \pi x} \qquad \lim_{x\to +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \qquad \lim_{x\to -\infty} \cos\left(\frac{\pi x^2-x+3}{3x^2-1}\right)$$

EXERCICE N°2.

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}^{*}$ par : $f(x)=\dfrac{2\sin x+1-\cos x}{x}$

1/ Montrer que pour tout $x<0$, on a : $\dfrac{4}{x} \leq f(x) \leq \dfrac{-2}{x}$; Déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2/ Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

EXERCICE N°3.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+\cos(\pi x)}{x-1} & \text{si } x<1 \\ \sqrt{x^2+x+2}-x & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

1/ Montrer que pour tout x de $]-\infty, 1[$ on a : $\dfrac{x+1}{x-1} \leq f(x) \leq 1$ et Déduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2/ Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1, puis en $+\infty$.