LYCEE PILOTE MONASTIR

SERIE N°

MATHEMATIQUES

2013/2014

Classe : 4T

Prof : **MOHAMED BENZINA**

EXERCICE N° 1 : Choisir la seule bonne réponse

1/ Soit P un plan dont une équation cartésienne est : $2x - z + 2 = 0$. Un vecteur normal de P est

a) $\vec{U}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{V}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\vec{w}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2/ Soit S une sphère d'équation cartésienne est : $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ et P le plan d'équation : $x + 1 = 0$

a) $S \cap P = \varnothing$ b) $S \cap P$ est un point c) $S \cap P$ est un cercle

3/ Pour x >0 $\ln(x + x^2)$ est égale à

a) $\ln(x) + \ln(x+1)$ b) $\ln(x^3)$ c) $\ln(3x)$

4/ La primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$, qui s'annule en 1 est

a) $x \mapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ b) $x \mapsto 2\ln x$ c) $x \mapsto 2x\ln x$

EXERCICE N°2

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = -\dfrac{1}{2} \\ U_{n+1} = U_n^2 + 2U_n \end{cases}$

1/a) Vérifier que, pour tout entier naturel n, on a : $1 + U_{n+1} = (1 + U_n)^2$

b) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n > -1$

2/ On considère la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = \ln(1 + U_n)$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 2

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ On donne $S = V_0 + V_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + V_{n-1}$

a) Exprimer S en fonction de n

b) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 pour lequel on a : $S \leq -10$

EXERCICE N°3:

Soit la suite (u_n) définie sur IN par $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \; ; n \in IN \end{cases}$

1)a) Montrer par récurrence pour tout entier n on a $u_n \geq 3$

b) Montrer que (u_n) est décroissante

c) En déduire que (u_n) est convergente et calculer sa limite

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par $v_n = \ln(u_n - 3)$

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison r = -ln3

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

c) Retrouver alors la limite de (u_n)

EXERCICE N°4 :

1/a) Ecrire sous forme algébrique : $(9+2i)^2$

b) Résoudre l'équation $(E) : z^2 + (9-2i)z - 18i = 0$

2/ Résoudre l'équation $(E') : Z^4 + (9-2i)Z^2 - 18i = 0$

3/ le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$

a) Placer les points A et B d'affixes respectives $1+i$ et $3i$

b) Soit C le point d'affixe $1+\alpha i$ où $\alpha \in IR$

Déterminer α pour que le triangle ABC soit rectangle en C

c) Pour $\alpha = 3$ déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme

EXERCICE N°5:

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = 1 + 2\ln(x)$

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x) = f(x) - x$

a) Dresser le tableau de variation de h

b) Montrer que l'équation f(x)=x admet exactement deux solutions qui sont 1 et $\alpha \in]3,4[$

3/ a) Montrer que pour tout x de $]3,4[$, on a : $0 \leq f'(x) \leq \frac{2}{3}$

b) En déduire que pour tout x de $]3,4[$, on a : $|f(x) - \alpha| \leq \frac{2}{3}|x - \alpha|$

4/ On considère la suite définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = f(U_n) \;, n \in IN \end{cases}$

a) Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $3 \leq U_n \leq 4$

b) En déduire que pour tout $n \in IN$ on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|U_n - \alpha|$

c) Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $|U_n - \alpha| \leq (\frac{2}{3})^n$. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$