

Exercice1

I) Calculer les intégrales suivantes :  $A = \int_1^4 \left( \frac{2}{\sqrt{x}} + x^2 \right) dx$  ;  $B = \int_0^1 \frac{t}{(t^2+4)^2} dt$  ;

$C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx$  ;  $D = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$  ;  $E = \int_{-1}^1 x^7 \sqrt{x^2 + 1} dx$  ;

$F = \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$  ;  $G = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx$  ;  $H = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$  ;  $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx$  ;

$J = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$  ;  $K = \int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$  ;  $L = \int_3^4 e^{2x+3} dx$  ;  $M = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$

II) Calculer les intégrales suivantes en utilisant une intégration par parties

$N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$  ;  $P = \int_2^4 x^3 \ln x dx$  ;  $Q = \int_{-1}^2 x e^{x+1} dx$ .

III) Calculer les intégrales suivantes en utilisant une double intégration par parties.

$R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$  ;  $S = \int_{-1}^2 x^2 e^{x+1} dx$  ;  $T = \int_0^{\pi} \sin x e^{x+1} dx$ .

Exercice2

1) Calculer  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$

2) Soit  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$  et  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

Calculer  $I+J$  et  $I-J$  en déduire  $I$  et  $J$ .

Exercice3

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{4}$

On désigne par  $(C)$  sa représentation graphique dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan (unité 1cm)

1)a) Etudier la parité de  $f$  et dresser son tableau de variation

b) Tracer  $(C)$ .

2) Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  de la partie du plan limitée par  $(C)$  les droites d'équations  $y=0$  ;  $x=0$  et  $x=1$ .

3) Soit la suite  $(J_n)$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $J_n = \int_0^1 4x^n f(x) dx$

- a) Calculer  $J_1$  en utilisant une intégration par partie.
- b) Vérifier que  $J_n \geq 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- c) En déduire que  $(J_n)$  est convergente.
- d) Montrer que  $\frac{2}{n+1} \leq J_n \leq \frac{e^2+e^{-2}}{n+1}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n$

#### Exercice 4

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; \pi]$  par  $f(x) = \sin x$ . Déterminer le volume  $V$  du solide de révolution engendré par la rotation de l'arc

$\widehat{AB} = \{M(x, y) \text{ tel que } y = f(x) \text{ et } 0 \leq x \leq \pi\}$  autour de l'axe  $(O; \vec{i})$ .