

Série d'exercices (primitives)

EXERCICE N°1

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes en précisant à chaque fois le domaine de définition.

1) $f(x) = x^3 + 3x^2 + \frac{1}{x^2} - 2.$

2) $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x}$

3) $f(x) = \frac{x^3 \sqrt{x^2 + 2} + 1}{x^2}$

4) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$

5) $f(x) = \sqrt{x + 1}.$

6) $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1} - 2$

7) $f(x) = \frac{-x}{(1-x^2)^2}.$

8) $f(x) = (x-1)(x^2-4x)^5.$

9) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$

10) $f(x) = \operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x.$

11) $f(x) = \sin x \cos^3 x$

12) $f(x) = x + \sqrt{x} - 2$

13) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$

EXERCICE N°2

1) Prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on a : $x\sqrt{x^2 + 2} < x^2 + 1.$

2) Soit $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 2} - x^2 - 1}$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+.$

a) vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}_+, f(x) = -x\sqrt{x^2 + 2} - x^2 - 1.$

b) En déduire la primitive F sur \mathbb{R}_+ qui s'annule en 0.

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 4x + 1}{(x-1)^2}.$

1) Déterminer les réels a, b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{1\}.$

2) En déduire la primitive F de f sur $]1, +\infty[$ qui s'annule en 2.

EXERCICE N°4

Déterminer la fonction f définie sur \mathbb{R}_+^* par $f'(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}, f'(1) = 0$ et $f(1) = 0.$

Bouzouraa.Anis