PROF : **MOHAMED BENZINA** | FONCTION ln | LYCEE PILOTE MONASTIR 2012/2013

MATHEMATIQUES | **SERIE N°** | 4T

EXERCICE N° 1

Soit f une fonction définie sur IR\{-4}.On donne ci-dessous le tableau de variation de f.

x	$-\infty$	-9	-4	-1	6	$+\infty$
f(x)	$-\infty$ ↗	0 ↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$ ↗	0 ↗	5 ↘	2

Répondre par vrai ou faux chacune des affirmations suivantes :

1) La droite x = 2 est une asymptote à ζ_f en $+\infty$.

2) La droite x = -4 est une asymptote à ζ_f .

3) Soit g la fonction définie par g(x) = ln(f(x))

a- La fonction g est définie sur $[-9,-4[\cup[-1,+\infty[$

b- $\lim\limits_{x\to -4^-} g(x) = +\infty$

c- $\lim\limits_{x\to -1^+} g(x) = -\infty$.

EXERCICE N° 2

I/ Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{1}{x} - \ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de g.

2/ a- Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur IR.

b- En déduire que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α, et vérifier que $1.7 < \alpha < 1.8$.

c- En déduire que : $\begin{cases} \text{si} \quad x > \alpha \quad \text{alors } g(x) < 0 \\ \text{si} \quad 0 < x < \alpha \quad \text{alors } g(x) > 0 \end{cases}$

II/ Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = (x - 1)(1 - \ln x)$

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de f

1/ a- Montrer que pour tout $x > 0$ on a, $f'(x) = g(x)$.

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Déterminer les points d'intersections de la courbe (ζ_f) et l'axe des abscisses.

d- Tracer (ζ_f).

2/ Soit la fonction F définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \begin{cases} F(x) = (x^2 - 2x)(1 - \ln x) & \text{si } x > 0 \\ F(0) = 0 \end{cases}$

a- Etudier la continuité et la dérivabilité de F à droite en 0.

b- Montrer que pour tout $x > 0$, on a : $F'(x) = 2 - x + 2f(x)$.

c- En déduire la primitive de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.

EXERCICE N° 3

Partie A : On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \ln x - 2x^2 - 1$.

1. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$. Dresser le tableau de variations de la fonction g dans lequel on précisera la valeur exacte de l'extremum (aucune limite n'est demandée).

2. Déduire le signe de g(x) sur $]0 ; +\infty[$.

Partie B : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 1 - 2x - \dfrac{\ln x}{x}$.

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

   b. Déterminer la limite de la fonction f en 0.

2. a. Démontrer que la droite D d'équation $y = 1 - 2x$ est asymptote à la courbe (ζ_f).

   b. Étudier la position de la courbe (ζ_f) par rapport à la droite D.

3. a. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Tracer la droite D et la courbe (ζ_f)