Classe : 4 Tech 2 Prof. : BERREZIG – A

SUJET 1

EXERCICE 1 :
Choisir la ou les réponses exactes :
L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)

1) le vecteur $\vec{i} \wedge 2\vec{k}$ est égal à :

a) $-2\vec{j}$ b) $2\vec{j}$ c) $\vec{j}$

2) le plan dont une équation cartésienne : 2x +4y – 2 z + 3= 0 a pour vecteur normal :

a) $\vec{N} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ b) $\vec{N} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ c) $\vec{N} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

3) la sphère dont une équation est $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ est tangente au plan

a) P : x + y + z = 0 b) P : x + y + z + 3 = 0 c) P : x + y + z - 3= 0

4) La primitive sur $]0, +\infty[$ qui prend la valeur 0 en 1, de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ est donnée par

a) $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + 3$ b) $F(x) = \frac{-1}{2x^2} - 2\sqrt{x} + \frac{5}{2}$ c) $F(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} + 1$

EXERCICE 2 :
Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ on donne les points A $(2,1,1)$ et I $(3,-1,0)$. P_1 est un plan d'ont une équation cartésienne est : $x - 2y - z + 1 = 0$

1) Vérifie que $A \in P_1$

2) Soit S la sphère de centre I et passant par A.

3) Vérifier que le rayon de la sphère S est $R = \sqrt{6}$ puis déterminer une équation cartésienne de S.

4) Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $2x - y + z - 4 = 0$.

a) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle C dont on précisera les coordonnées de son centre H et son rayon r.

b) Soit le point $B(2,-2,-2)$. Vérifier que [AB] est un diamètre de C.

c) Déterminer une équation cartésienne du plan P_2 tangent à S en B.

EXERCICE 3 :

Soit f la fonction définie sur IR_+ par $f(x) = \frac{2(x+1)}{x^2 + 2x + 2}$

1) a) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

b) Etudier le sens de variation de la fonction $\varphi : x \mapsto f(x) - x$ sur IR_+ en déduire que l'équation : f(x) = x admet dans IR_+ une solution unique α tel que $\alpha \in]\frac{4}{5};1[$.

c) Construire la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ : y = x dans un même repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

2) a) Montrer que f réalise une bijection de IR_+ sur $]0;1]$.

b) Construire la courbe $\mathscr{C}$' dans le même repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

SUJET 2

EXERCICE 1 :
Choisir la ou les réponses exactes :

1) ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a. Alors $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}$ vaut :

a) a^2 **b)** $\frac{a^2}{2}$ **c)** $-a^2$ **d)** $-\frac{a^2}{2}$

2) ABCDEFGH un cube d'arête 1. $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} =$

a) $\overrightarrow{AE}$ **b)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\,\overrightarrow{AE}$ **c)** $\sqrt{2}\,\overrightarrow{CG}$ **d)** $\overrightarrow{BF}$

3) La primitive sur $\left]-\frac{1}{3}\,,\,+\infty\right[$ qui prend la valeur 0 en 1 de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

a) $F : x \mapsto 2\sqrt{3x+1}$ **b)** $F : x \mapsto \frac{2}{3}\sqrt{3x+1}-\frac{4}{3}$ **c)** $F : x \mapsto \sqrt{3x+1}$ **d)** $F : x \mapsto \frac{2}{3}\sqrt{3x+1}$

4) la sphère dont une équation est $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ est tangente au plan

a) $P : x + y + z = 0$ b) $P : x + y + z + 1 = 0$ c) $P : x + y + z - 1 = 0$

EXERCICE 2 :
L'espace C étant muni un repère orthonormé $\left(O,\,\vec{i},\,\vec{j},\,\vec{k}\right)$, on considère l'ensemble S des points M(x, y, z) tels que : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z + 4 = 0$.

1) **a)** Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon.
b) Vérifier que : A(-2, 0, 0) est un point de S.
c) Donner une équation cartésienne du plan P tangent à S en A.

2) Soit Q le plan perpendiculaire à P, parallèle à la droite $(o, \vec{j}\,)$ et passant par le point B(1, 1, 1).
a) Donner une équation cartésienne de Q.
b) Déterminer $S \cap Q$.

3)Soit $D = P \cap Q$.
a) Déterminer la distance de I à D.
b) En déduire la position relative de D et S.

EXERCICE 3 :

Soit la f définie sur IR* par $f(x)=\frac{2x^3+27}{2x^2}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Calculer f '(x) et étudier les variations de f

Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur IR*

2) Montrer que la droite $(O,\vec{j})$ est une asymptote à la coure $\mathscr{C}$

3) Montrer que f admet une asymptote oblique Δ aux voisinages de $+\infty$ et de $-\infty$

4) étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ

5) Tracer Δ et $\mathscr{C}$.