

Series de revision espace bac 2015 etude de fonction bac 2015

Proposer par oueslati par Aymen Oueslati

27677722

Exercice 1 BAC 2015

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points  $A(1,1,0)$ ,  $B(1,-1,2)$ ,  $C(0,1,1)$  et  $D(1,1,4)$ .

1/ a) Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  déterminent un plan qu'on notera  $(P)$ .

b) Justifier que  $(P)$  est d'équation  $x + y + z - 2 = 0$ .

c) Vérifier que  $D$  n'appartient pas au plan  $(P)$ .

2/ Soit  $\mathcal{C}$  le cercle circonscrit au triangle  $ABC$  et  $H$  le milieu du segment  $[AB]$ .

a) Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

b) En déduire que  $H$  est le centre du cercle  $\mathcal{C}$ .

3/ Soit  $\Delta$  la droite perpendiculaire au plan  $(P)$  passant par le point  $H$ .

Justifier qu'une représentation paramétrique de  $\Delta$  est 
$$\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$$

4/ Soit  $M$  un point de  $\Delta$ .

a) Justifier que  $MA = MB = MC$ .

b) Montrer qu'il existe un unique point  $I$  de  $\Delta$  tel que  $IA = ID$ .

Donner ses coordonnées.

c) Déduire de ce qui précède, que les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  appartiennent à une même sphère  $(S)$  dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 BAC 2015

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$ .

On désigne par  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ .

b) En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet deux asymptotes que l'on précisera.

c) Etudier la position de  $\mathcal{C}$  par rapport à la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$ .

2/ a) Montrer que, pour tout réel  $x$  de  $]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$ .

b) Montrer que

$(x^2 - 1)$  et  $\ln x$  sont de même signe sur chacun des intervalles  $]0, 1[$  et  $]1, +\infty[$ .

c) En déduire le signe de  $f'(x)$  sur chacun des intervalles  $]0, 1[$  et  $]1, +\infty[$ .

d) Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation  $f'(x) = 0$ .

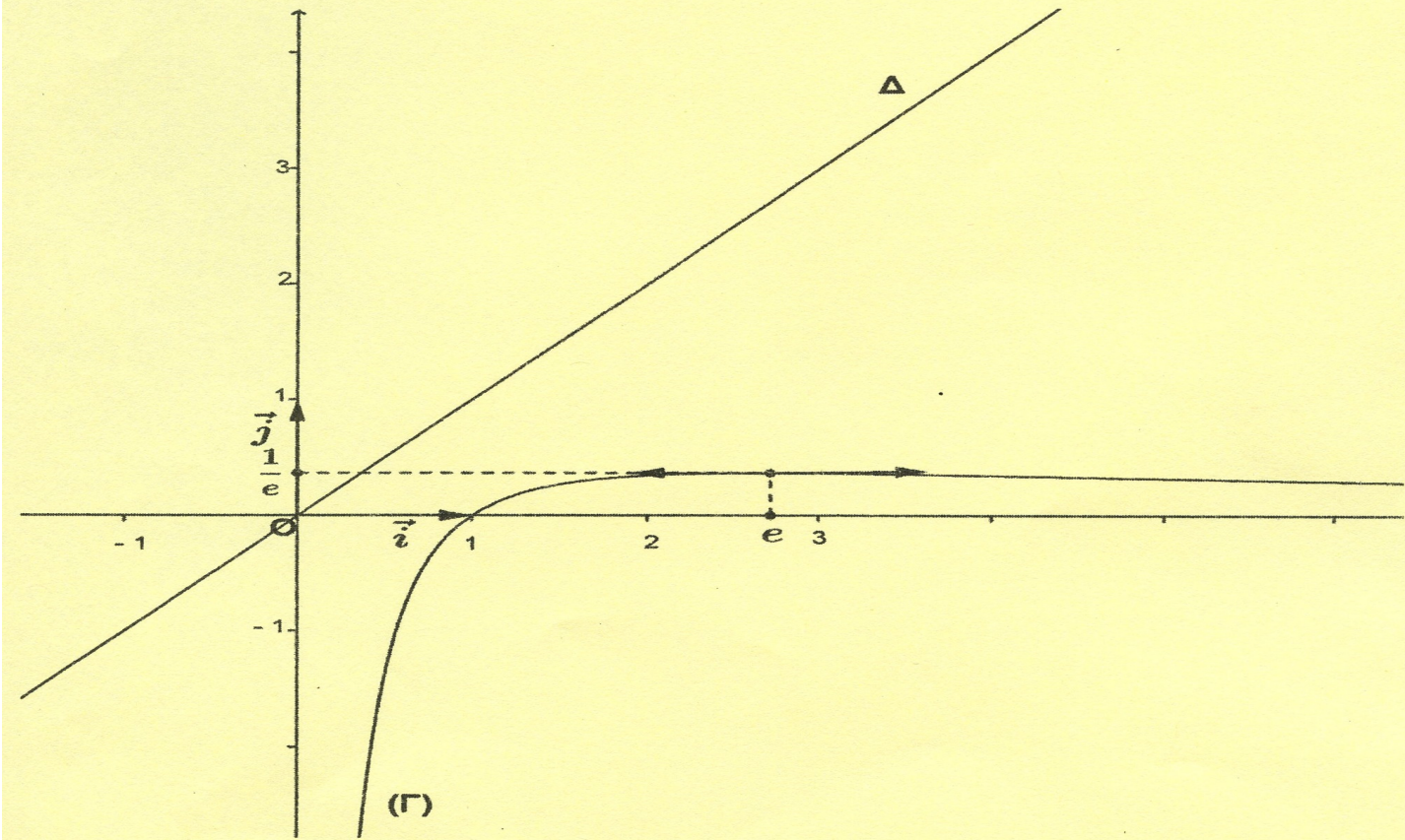
e) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

3/ a) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}$  admet une unique tangente  $D$  parallèle à la droite  $\Delta$ .

Préciser les coordonnées du point  $B$ , point de contact de  $\mathcal{C}$  et  $D$ .

b) Donner une équation de  $D$ .

(Figure 2)



4/ Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2), on a tracé relativement au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ,

la droite  $\Delta$  et la courbe  $(\Gamma)$  d'équation  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

a) Soit le point  $A(\frac{1}{e}, 0)$ .

Placer le point A et vérifier que A appartient à D.

b) Tracer la droite D et placer le point B.

c) Tracer la courbe  $\mathcal{C}$ .

5/ Soit  $\mathcal{A}$  l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $\mathcal{C}$ , la droite  $\Delta$  et les droites d'équations  $x = \frac{1}{e}$  et  $x = e$ .

Calculer  $\mathcal{A}$ .

*bon travail*

*proposer par/oueslati Aymen 27677722*

