

EX N°1 :

Le rendement R d'une variété de blé (en quintaux par hectare) et la quantité E d'engrais azotés (en kilogrammes par hectare) utilisée pendant la culture sont indiqués dans le tableau suivant :

$E(\text{Kg/h})$	50	60	70	80	90
$R(\text{q/h})$	35,7	41,4	45,7	47,2	50,8

1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (E, R) . Que peut-on en déduire ?

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de R en E . par la méthode des moindres carrés puis par la méthode de Mayer

3)

a- Quel rendement peut-on prévoir pour une culture utilisant une quantité d'engrais azotés $E = 100 \text{ kg / ha}$?

b- quel quantité d'engrais azotés utilisée pour atteint un rendement $R = 85,5 \text{ (q/h)}$

EX N°2 :

L'observation de l'effet du nombre X des mois par an sur le degré Y de saleté dans un lac (en gramme par litre) est résumé dans le tableau suivante :

x	0	1	2	3	4
y	42,6	3,4	2,01	1,16	1,01

1)

a- représenter dans un repère orthogonale le nuage des points de la série statistique (X, Y)

b- déterminer un ajustement affine de Y en X par la méthode de Mayer

c- déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . que peut-on conclure ?

2) on pose $Z = \ln(Y - 1)$.

a- compléter le tableau suivant (les résultats seront arrondis au millième)

X	0	1	2	3	4
Z					

b- déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Z

c- donner une équation de la droite de régression de Z en X à l'aide des moindres carrés

d- déterminer le degré de saleté prévu dans ce lac dans le cas ou il pleuvrait six mois.

EX N°3 :

Un nourrisson est pesé quotidiennement durant le 1^{er} mois de sa naissance.

Dans le tableau suivant la variable X désigne le nombre des jours après la naissance de nourrisson et le variable Y désigne le poids en Kg

X	4	6	9	14	17	19	22
Y	3,6	3,75	3,8	3,9	4	4,25	4,5

1) représenter le nuage des points associée a la série (X, Y) puis déterminer le point nuage

2) déterminer \bar{X} , \bar{Y} , σ_X et σ_Y

3) déterminer le coefficient de corrélation de X en Y , interpréter le résultat trouvée

4)

a- calculer $\text{cov}(X, Y)$

- b- en déduire qu'une équation de la droite de régression de Y en X est :
- $$Y = 0,04X + 3,41$$

5)

a- quel pourrait être une estimation du poids du nourrisson après 30 jours de sa naissance ?

b- quel pourrait être l'âge du nourrisson sachant que son poids est 3,85 Kg ?

EX N°4 :

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + e^{-x})$ définie sur \mathbb{R} et C_f sa courbe représentative

1)

- a) montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \frac{1}{1+e^x}$$

- b) étudier les variations de f

- c) vérifier que

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \ln(1 + e^x)$$

- d) montrer que $\Delta: y = -\frac{1}{2}x$ est un asymptote à C_f au voisinage de $-\infty$

- e) étudier la position relatif de C_f et Δ

- f) tracer C_f et Δ

- 2) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α vérifiant $0 < \alpha < 1$

3)

- a) montrer que pour $x \geq 0$ on a :

$$|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$$

- b) déduire que pour $x \geq 0$

$$|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4}|x - \alpha|$$

- 4) soit la suite U_n définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

- a) montrer que pour tout n de \mathbb{N}

$$U_n \geq 0$$

- b) montrer que pour tout n de \mathbb{N}

$$|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|U_n - \alpha|$$

- c) déduire que pour tout n de \mathbb{N}

$$|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

- d) calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$