EX N°1 :

Soit (o ; i ; j) un RON du plan, soit z un nombre complexe

1) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1| = |z-i|$
2) On considère dans C l'équation $(E) : (z-1)^n = -i(z-i)^n$ avec n ∈ N. montrer que les images des solutions de (E) appartiennent a une droite fixe que l'on précisera

EX N°2 :

1)

a) résoudre dans C l'équation suivante $z^2 - 2iz - 2 = 0$

b) mettre les solutions sous forme trigonométrique

2) soit ∈ $]0\,,\pi[$. on considère l'équation suivante (E): $z^2 - 2e^{i\theta}z + e^{2i\theta} - 1 = 0$

Résoudre l'équation (E)

3) le plan P est muni d'un RON (O , U , V) on considère les points A , B et C d'affixe respectives $z_1 = 2e^{i\theta}$, $z_2 = 1 + e^{i\theta}$ et $z_3 = -1 + e^{i\theta}$
   a) écrire z_2 et z_3 sous forme exponentielle
   b) montrer que OBAC est un rectangle
   c) déterminer θ pour que OBAC soit un carré

EX N°3 :

1) résoudre dans C l'équation $4z^2 - 2\sqrt{3}e^{i\theta}z + e^{2i\theta} = 0$, avec $\theta \in [0\,,\pi]$
2) mettre les solutions sous forme exponentielle
3) le plan P est muni d'un RON (O , U , V) on désigne par M_1 et M_2 les points d'affixe respectives $Z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{4}\right)e^{i\theta}$ et $Z_2 = \left(\frac{\sqrt{3}-i}{4}\right)e^{i\theta}$
   a) montrer que M_1 et M_2 appartiennent a une même cercle fixe dont on présidera le centre et le rayon
   b) montrer que $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$
   c) déduire que $O\ M_1\ M_2$ est un triangle équilatéral
   d) montrer que $(U\ ,\ M_1 M_2) = \theta - \frac{\pi}{2}[2\pi]$

EX N°4 :

A)

Soit $g(x) = -2x^2 - 1 + \ln x$ définie sur $]0\,,+\infty[$

1) Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0\,,+\infty[$

2) *Dresser le tableau de variation de g sur $]0,+\infty[$*
3) *En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $g(x) < 0$*

B) *Soit $f(x) = -x + 1 - \frac{\ln x}{2x}$ définie sur $]0,+\infty[$ et on désigne par C_f sa courbe représentative dans un plan muni d'un RON*

1)
a) *Calculer $\lim_{x\to 0} f(x)$, interpréter graphiquement le résultat*
b) *Calculer $\lim_{x\to +\infty} f(x)$*
c) *Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -x + 1$ est un asymptote a la courbe C_f*
d) *Etudier la position relative de C_f et Δ sur $]0,+\infty[$*

2)
a) *Calculer $f'(x)$ pour tout $x > 0$*
b) *Vérifier que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$*
c) *En déduire de la partie A) le tableau de variation de f sur $]0,+\infty[$*
d) *Calculer f(1) et déduire le signe de de f sur $]0,+\infty[$*

3) *Dans le plan muni d'un RON tracer Δ et la courbe C_f*
4) *Vérifier que la fonction F définie sur $]0,+\infty[$ par $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{4}(\ln x)^2$ est une primitive de f sur $]0,+\infty[$ puis calculer l'intégrale $I = \int_1^e f(x)dx$*
5) *Hachurer sur le graphique la partie E de plan limitée par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$. en déduire la valeur exacte de l'aire A de E en cm^2*