Extraits des examens de Baccalaureat

Exercice n°1(Bac tech 2011p)

1)Soit la suite (U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n}{1+u_n} \; ; \quad pour\ tout\ n \in IN \end{cases}$

a)Calculer U_1 et U_2.

b)Montrer ,par récurrence, que pour tout n∈ $IN, 0 < U_n < 3$

2)Soit la suite (V_n) définie sur IN par :$V_n = \frac{U_n - 3}{U_n}$

a)Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

b)ExprimerV_n puis U_n en fonction de n.

c)Calculer la limite de la suite (U_n).

3)On considère la suite(W_n) définie sur IN par W_n=$\frac{3}{U_n}$ et on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} W_k$.

a) Montrer que pour tout n∈ IN, W_n =1- V_n

b)Montrer que pour tout n∈ $IN, S_n = n + 1 + \frac{8}{3}(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1})$

c)Calculer $\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

Exercice n°1(Bac sc-exp 2010c)

On considère les suites (U_n) et (V_n)définies sur IN par :U_0 =1 ; V_0=2

et,pour tout entier naturel n ,U_{n+1}=$\alpha U_n + (1-\alpha)V_n$et $V_{n+1} = (1-\alpha)U_n + \alpha V_n$ ou α *est un réel tel que* $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

1)Soit (t_n) la suite définie sur IN par t_n=V_n-U_n .

a) Calculer t_0 et t_1 .

b) Montrer que pour tout entier naturel n ,t_n=$(2\alpha - 1)^n$

c) En déduire la limite de t_n .

2)a)Montrer que , pour tout entier naturel n ,$U_n \leq V_n$

b)Montrer que la suite (U_n) est croissante et la suite(V_n) est décroissante.

c)En déduire que les suites (V_n) et (U_n) convergent vers la même ℓ.

d) Montrer que , pour tout entier naturel n, U_n + V_n =3 et en déduire la valeur de la limite ℓ