Prof :Bouzouraa.Anis	Série d'exercices (Intégrales)	Bac (sc-exp)

Exercice1

I)Calculer les intégrales suivantes : A = $\int_1^4 \left(\frac{2}{\sqrt{x}}+x^2\right)dx$; B=$\int_0^1 \frac{t}{(t^2+4)^2}\,dt$;

C = $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\ \sin^2 x$ dx ; D = $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\,dx$; E = $\int_{-1}^{1} x^7\sqrt{x^2+1}\ dx$;

F = $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$; G = $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}$dx ; H = $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$; I = $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx$;

J = $\int_e^{e^2} \frac{1}{x\ln x}\,dx$; K = $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$; L=$\int_3^4 e^{2x+3}dx$; M = $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x\,dx$

II)Calculer les intégrales suivantes en utilisant une intégration par parties

N=$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\,dx$; P = $\int_2^4 x^3\ln x\,dx$; Q = $\int_{-1}^{2} xe^{x+1}\,dx$.

III) Calculer les intégrales suivantes en utilisant une double intégration par parties.

R=$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos x\,dx$; S = $\int_{-1}^{2} x^2e^{x+1}\,dx$; T = $\int_0^{\pi} \sin x\, e^{x+1}\,dx$.

Exercice2

1)Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x\,dx$

2)Soit I= $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,dx$ et J= $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

Calculer I+J et I –J en déduire I et J.

Exercice3

Soit la fonction f définie sur IR par :f(x) = $\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{4}$

On désigne par (C) sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan (unité 1cm)

1)a)Etudier la parité de f et dresser son tableau de variation

b)Tracer (C).

2) Calculer l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par (C) les droites d'équations y=0 ;x=0 et x=1.

3) Soit la suite (J_n) définie sur IN^* par $J_n = \int_0^1 4x^n f(x)dx$

a)Calculer J_1 en utilisant une intégration par partie.

b)Vérifier que $J_n \geq 0$ pour tout n∈ IN*.

c)En déduire que (J_n) est convergente.

d)Montrer que $\frac{2}{n+1} \leq J_n \leq \frac{e^2+e^{-2}}{n+1}$ pour tout n∈ IN*.En déduire $\lim_{n\to+\infty} J_n$

Exercice4

Soit g une fonction continue sur IR .On considère la fonction définie sur $\left]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$ par : G(x)=$\int_0^{tanx} \frac{g(t)}{1+t^2}\, dt \;\forall\, x \in \left]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$

Montrer que G est dérivable sur $\left]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$ et que G'(x)=G(tanx) $x \in \left]\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$.

Exercice5

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\right)$ .Soit f la fonction définie sur $[0;\pi]$ par f(x) = sinx. Déterminer le volume V du solide de révolution engendré par la rotation de l'arc $\widehat{AB} = \{M(x,y) tel\ que\ y = f(x) et\ 0 \leq x \leq \pi\}$ autour de l'axe $(O;\vec{i})$.