

Exercice n°1 : QCM

Pour chacune des questions, une seule des trois propositions est exacte.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

I. On considère les points $A(3 ; 1 ; 3)$ et $B(-6 ; 2 ; 1)$. Le plan P admet pour équation :
 $P : x + 2y + 2z - 5 = 0$.

1) L'ensemble des points M de l'espace tels que $\|4\vec{MA} - \vec{MB}\| = 2$ est :

- a) Un plan de l'espace b) une sphère c) l'ensemble vide.

2) Les coordonnées du point H , projeté orthogonal de A sur le plan P est :

- a) $(\frac{11}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ b) $(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{3})$ c) $(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{3})$.

3) La sphère de centre B et de rayon 1 :

- a) Coupe le plan P suivant un cercle.
b) Est tangente au plan P.
c) Ne coupe pas le plan P.

4) On considère la droite D de l'espace passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

et la droite D' d'équation paramétriques $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases}$ les droites D et D' sont :

- a) Coplanaires et parallèles b) coplanaires et sécantes c) non coplanaires.

5) L'ensemble des points M de l'espace équidistants des points A et B est :

a) La droite Δ passant par le point E $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 2)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

b) Le plan d'équation cartésienne $9x - y + 2z + 11 = 0$.

c) Le plan d'équation cartésienne $x + 7y - z - 7 = 0$.

II. 1) Soit P le plan d'équation $2x + 3y + 4z - 1 = 0$.

a) La distance de point O au plan P est égale à 1.

b) Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normale au plan P.

c) Le plan Q d'équation $-5x + 2y + z = 0$ est parallèle au plan P.

2) L'ensemble des points M (x ; y ; z) tels que $\begin{cases} 2x - 5y + 7z - 9 = 0 \\ -x + 3y - 4z + 5 = 0 \end{cases}$ est :

- a) L'ensemble vide b) une droite c) un plan.

Exercice n°2 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(6,0,0)$; $B(0,6,0)$; $C(0,0,6)$ et $D(-2,-2,-2)$.

- 1) a) Vérifier que les points A,B et C déterminent un plan P d'équation $x + y + z - 6 = 0$.
b) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.
c) Donner un système d'équation paramétrique de la droite (OD).
d) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan P. Vérifier que H a pour coordonnées $(2,2,2)$ et qu'il est équidistant de A ,B et C.
e) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.
- 2) Soit Q le plan médiateur du segment [CD].
a) Montrer qu'une équation cartésienne de Q est $x + y + 4z - 6 = 0$.
b) Montrer que (OD) coupe Q en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.
- 3) Soit S la sphère de centre Ω et de rayon $3\sqrt{3}$.
a) Ecrire une équation cartésienne de S.
b) Vérifier que S passe par A,B,C et D.
c) Quelle est alors l'intersection de S et P ?

Exercice n°3 :

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit $S = \{M(x, y, z) \in \xi ; x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0\}$.

- 1) Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre I et le rayon R.
- 2) Soit P le plan d'équation : $x - 2y + 2z + 2 = 0$.
a) Montrer que l'intersection entre S et P est un cercle (C).
b) Déterminer les coordonnées du centre A et le rayon r du cercle (C).
- 3) Soit $M(a, b, -1)$ un point de la sphère S où a et b sont deux réels et Q le plan d'équation :
 $(a - 1)x + (b + 2)y + z - a + 2b = 0$
a) Montrer que M appartient au plan Q.
b) Montrer que S et Q sont tangents en M.