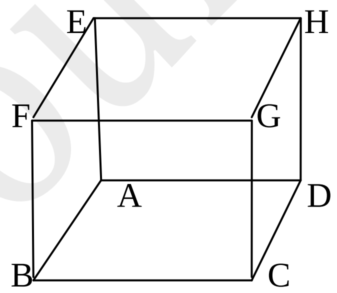
Exercice n°1 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ soit les points A(3 ,2 ,4) ,B(0,3,5) ,C(0,2,1) et D(3,1,0)

1) a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$.
   b) Montrer que ABCD est un parallélogramme.
   c) Calculer l'aire de ABCD.
2) a) Soit E le point défini par :$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD})$ .Déterminer les coordonnées de E
   b) Calculer le volume de tétraèdre ABED
3) a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{DB}\wedge\overrightarrow{DE}$
   b) Calculer l'aire du triangle BDE
   En déduire la distance du point A au plan (DBE)

Exercice n°2 :

Soit le cube ABCDEFGH l'espace est orienté par le repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



1) Déterminer les composantes du vecteurs $\overrightarrow{BG}\wedge\overrightarrow{BE}$
   En déduire l'aire du triangle BGE
2) Calculer le volume de tétraèdre DBGE
   En déduire la distance du point D au plan (BEG)
3) Soient I et K les points définis par I=E*F
   et K :Centre de carré ADHE
   a) Préciser les coordonnées des points I et K
   b) Soit Δ la droite passant par le point K et de vecteur directeur $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AE}$
      Déterminer la distance du point I à la droite Δ

Exercice n°3 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.Soit les points A(3,2,-1) et H(1,-1,3)

1) Déterminer une équation de plan P passant par H et orthogonal à (AH)
2) On donne les points B(-6,1,1) ; C(4,-3,3) et D(-1,-5,-1)
   a) Montrer que B,C,D appartiennent au plan P.
   b) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}$
3) a) Montrer que l'aire du triangle BCD est égale à $5\sqrt{29}$
   b) Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est égale à $\frac{145}{3}$
4) a) Calculer l'aire de ABC
   b) Calculer la distance du point D au plan (ABC)

Exercice n°4 :

ABCDEFGH est un cube d'arête 1et I,J et K sont les milieux respectifs des arêtes [BC],[AE] et [DC]
On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

1) a) Vérifier que I à pour coordonnées $(1,\frac{1}{2},0)$ et que K a pour coordonnées $(\frac{1}{2},1,0)$
   b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{GI}\wedge\overrightarrow{GK}$
   c) Calculer alors le volume du tétraèdre JGKI
2) a) Montrer que le plan (GIK) a pour équation 2x+2y-z-3=0
   b) Montrer que (CJ) : $\begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=1-2\alpha \quad (\alpha\in\mathbb{R}) \\ z=\alpha \end{cases}$

3) La droite (CJ) coupe le plan (GIK) en H'
   a) Vérifier que la droite (CJ) est perpendiculaire au plan (GIK)
   b) Déterminer les deux points de (CJ) dont la distance au plan (GIK) est égale à 1

Exercice n°5 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère le tétraèdre ABCE tel que : A(1,02) , B(0,0,1) , C(0,-1,3) et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

1) a) Vérifier que E a pour coordonnées (0,2,3)
   b) Calculer le volume de tétraèdre ABCE
2) a) Soit P :x-2y-z+5=0 ;Montrer que P est parallèle au plan (ABC)
   c) Soit K le point définie par :$2\overrightarrow{KE} + \overrightarrow{KC} = \vec{O}$
   Calculer les coordonnées de point K et vérifier que K appartient au plan P

Exercice N°6 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .On donne les points A(3,2,4) , B(0,3,5) , C(0,2,1) et D(3,1,0)

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}$
   b) Montrer que ABCD est un parallélogramme et calculer son aire.
2) Soit S la sphère de centre I(2,-2,5) et de rayon $3\sqrt{2}$ et P le plan passant par les points A,B,D
   a)Vérifier que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\right)$
   b) Montrer que le plan P est tangent à la sphère S au point A.

Exercice n°7 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .On donne les points A(3,2,6) , B(1,2,4) , C(4,2,5)

1) a)Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

   b) En déduire que les points A,B et C ne sont pas alignés.

   c) Calculer le volume de tétraèdre OABC

2) Soit H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) .Montrer que OH=$\frac{4}{3}$

3) Soit S le sphère de centre O et passant par A

   a) Justifier l'intersection de S avec le plan (ABC) est un cercle $\mathscr{C}$ de centre H

   b) Calculer le rayon de cercle $\mathscr{C}$

Exercice n°8 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .On donne les points A(1,1,1) , B(0,1,-1) , C(1,0,1) et le plan P :x-z+3=0

1) a) Calculer $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$
   b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan Q est :2x-y-z=0

2) a) Montrer que les plan P et Q son sécantes selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique
   b) Calculer d(c, Δ)
3) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I(1,0,1) et de rayon 1
   b)Montrer que $S \cap Q$ est un cercle dont on précisera son centre H et son rayon r.

<u>Exercice n°9 :</u>

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .On donne les points A(1,1,0) , B(1,-1,0) , C(1+cos θ,-1, sin θ) et D(-1,0,1)

1) Montrer que ABD est un triangle rectangle en B
2) Soit (S) :L'ensemble des points M(x,y,z) tel que :$x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$
   a) Montrer que (S) est la sphère de centre B et de rayon 1
   b) Vérifier que C et D sont deux points de S
   c) pour quelle valeur de θ ,[CD] est un diamètre de (S)
3) Soit Q le plan d'équation : x-y+z-1=0
   a)Montrer que (AD) est incluse dans Q
   b) Montrer que Montrer que $S \cap Q$ est un cercle dont on précisera son centre H et son rayon r.
4) Soit le plan $P_\theta = (\cos\theta)x + (\sin\theta)z - \cos\theta - 1 = 0$
   a) Montrer que (AB) parallèle à P_θ
   b) Montrer que P_θ est tangent à (S) en C

<u>Exercice n°10 :</u>

Répondre par vrai ou faux :

1) Soit P :2x+3y+4z-1=0
   a) d(O,P)=1
   b) le vecteur $\vec{n}\left(1\frac{3}{2}, 2\right)$ est un vecteur normal au plan P
   c) Le plan Q : -5x+2y+z=0 est parallèle au plan P
2) L'ensemble des points M(x,y,z) tels que $\begin{cases} 2x - 6y + 2z - 7 = 0 \\ -x + 3y - z + 5 = 0 \end{cases}$
   a) L'ensemble vide
   b) Une droite
   c) Un plan
3) On considère par P le plan d'équation 2x+2y-z=0 et par D la droite passant par le point A(1,1,1) et de vecteur directeur $\vec{u}$(1,-4,-2)
   a) La droite D//P
   b) D$\perp$P
   c) La droit P sécante avec le plan P