Exercice n°1 :

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé on considère l'application f qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que :

z'=$-iz+(1+i)\bar{z}$

1) a- Déterminer l'image de A (1-2i) par f.
   b- Déterminer l'antécédent de B (-1+3i) par f.
2) Déterminer l'ensemble E des points invariant par f.

Exercice n°2 :

Soit l'application de C dans C définie par $f(z)=\bar{z}^2$

1) Quelle est l'ensemble des nombres complexes z tels que $f(z)=z$?
2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé d'origine O, soit M le point d'affixe z et M' d'affixe $f(z)$.
   Quel est l'ensemble des points M tels que le triangle MOM' soit rectangle en O.

Exercice n°3 :

Soient les complexes z= (1-i)(1+2i) ; z'=$\frac{2+6i}{3-i}$ et z"=$\frac{4i}{i-1}$

1) Mettre z, z' et z " sous forme cartésienne. placer les points A, B et C d'affixes respectives z, z' et z".
2) a-Calculer $\frac{z''-z}{z'-z}$; en déduire que le triangle ABC est isocèle.
   b-Montrer que le triangle ABC est rectangle.
3) Déterminer le point G centre de gravité de ABC.
4) Construire D tel que ABDC soit un carrée et trouver son affixe z_D.

Exercice n°4 :

Soit A un point d'affixe i, a tout point M du plan distinct de A et d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que z'=$\frac{iz}{z-i}$

1) a-Déterminer l'ensemble E={M(z)ϵP / $f(z)=z$}.
   b-Déterminé le point B' associé au point B d'affixe 1.
   c-Déterminer le point C' associé au point C d'affixe 2.
2) On pose z=x+iy et z'=x'+iy'
   a-Calculer x' et y'en fonction de x et y.
   b-Déterminer chacun des ensembles :
   E_1={M(z) /z' est réel }.
   E_2={M(z)/z' est imaginaire pur}.
3) a-Montrer que z'-i=$\frac{-1}{z-i}$.
   b-Si M∈ $\mathscr{C}_{(A,1)}$;Montrer que M' appartient au même cercle .

Exercice n° 5 :

1) Soit z∈ C^* Montrer que $\frac{2z-1}{z^2}$ est réel si seulement si z=$\bar{z}$ et z+$\bar{z}$=2z.$\bar{z}$.
2) En déduire l'ensemble E={M(z) / $\frac{2z-1}{z^2}$ $est\ reél$}.

Exercice n° 6 :

Soit $z_1=\frac{1+i}{2}$; $z_2=\sqrt{3}+i$ et $z_3=-\sqrt{3}-i$

1) Déterminer le module et l'argument de z_1 ,z_2 et z_3.
2) Mettre z_1 ,z_2 et z_3 sous forme trigonométrique puis sous forme exponentielle.
3) Déterminer le module et l'argument de $z_1 .z_2$; $\frac{1}{z_1}$; $\frac{z1}{z3}$; z_3^4.

Exercice n°7 :

Soit $Z=(1+i)^n + (1-i)^n$

1) Montrer que Z est réel.
2) Mettre $(1+i)^n$ et $(1-i)^n$ sous forme trigonométrique puis sous forme exponentielle .
3) Déduire la valeur de Z.

Exercice n°8 :

Soit $Z= (\sqrt{3}-1) + i(1+\sqrt{3})$

1) Calculer Z'=(1-i)Z.
2) Donner la forme exponentielle de Z'.
3) En déduire la forme exponentielle de Z.
4) Calculer Z^{18} et Z^{36}.

Exercice n°9 :

Soit $Z=\frac{(1+i\sqrt{3})}{2(1-i)}$

1) Mettre Z sous forme cartésienne.
2) Mettre Z sous forme exponentielle.
3) Mettre sous forme exponentielle Z^{34}.

Exercice °10 :

Répondre par vrai ou faux (si faux justifier)

1) Soit z un nombre complexe d'argument α $alors$ Arg(-2z) est $-\alpha$.
2) Arg(z.z')=Arg(z)-Arg(z')+2kπ
3) |z|=|z'| équivaut à z=z'
4) Soit z=i alors la forme exponentielle de z est $z=e^{i\pi}$