L.S.Menzel Hayat	**Série18**	*Afli Ahmed*
12Avril 2013	**Probabilités**	*4sc.exp*

❖ **1erExercice :**

Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par un virus.

A/ On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note V l'évènement "la personne est contaminée par le virus" et T l'évènement "le test est positif".

1.a. Préciser les valeurs des probabilités P(V), P(T/V), P(T/V).
Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

b. En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.

2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3.a. Justifier par un calcul la phrase :
"Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de "chances" que la personne soit contaminée".

b. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

B/ On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.

❖ **2emeExercice :**

Une boite contient 10 transistors dont 2 sont défectueux. on prend un transistor, au hasard, de la boite , on le teste et on poursuit cette procédure jusqu'à ce que l'on obtient un transistor en état de fonctionnement (c'est-à-dire non défectueux)

Soit X la variable aléatoire égale au <u>nombre de tirage effectués</u>

Rappelons qu'on note X(E) l'ensemble des valeurs prises par X.

1/ Déterminer X(E)

2/ Déterminer la loi de probabilité de X

3/ Calculer E(X) ; V(x) et σ(X) .

4/ a- Déterminer la fonction de répartition F

b- Représenter graphiquement F

BON TRAVAIL

❖ **3**

❖ 3emeExercice :

Une petite entreprise de textile commercialise des pantalons et des chemises.

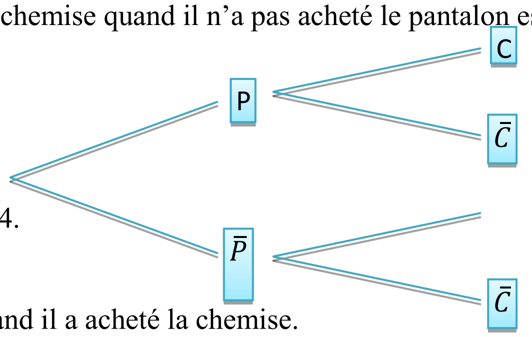
Quand un client se présente, il achète au plus un pantalon et une chemise.

1. La probabilité pour qu'un client achète un pantalon est 0,2. La probabilité pour qu'un client achète la chemise quand il a acheté le pantalon est 0,7 et la probabilité qu'il achète la chemise quand il n'a pas acheté le pantalon est 0,1.

a.Soient les événement P :« un client achète le pantalon».

etC : « un client achète la chemise».

Compléter l'arbre de probabilité décrivant la situation.



b.Montrer que la probabilité de l'événement P∩C est égale à 0,14.

c.Calculer la probabilité de l'événement C.

d.Calculer la probabilité pour qu'un client achète le pantalon quand il a acheté la chemise.

2./Le pantalon est vendue 125 DT et la chemise 45DT. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeurs les dépenses d'un client

a. Vérifier que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{0, 45 , 125 , 170 \}$. Déterminer ainsi la loi de probabilité de X

b.Calculer l'espérance mathématique de X.

❖ 4emeExercice :

On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ces dés sont en apparence identiques mais l'un est bien équilibré et l'autre truqué. Avec le dé truqué la probabilité d'obtenir 6 lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{3}$

1. On lance le dé bien équilibré trois fois de suite et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de 6 obtenus.

   a. Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ?

   b. Quelle est son espérance ?

   c. Calculer $P(X = 2)$.

2. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables. Et on lance le dé choisi trois fois de suite.

On considère les évènements D et A suivants :D« le dé choisi est le bien équilibré » ;A : « obtenir exactement deux 6 ».

   a. Calculer la probabilité des évènements suivants :

   M :« choisir le dé bien équilibré et obtenir exactement deux 6 » ;

   N :« choisir le dé truqué et obtenir exactement deux 6 ».

   (On pourra construire un arbre de probabilité).

   b. En déduire que : $p(A)=\frac{7}{48}$

   c. Ayant choisi au hasard l'un des deux dés et l'ayant lancé trois fois de suite, on a obtenu exactement deux 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi le dé truqué ?

3. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables, et on lance le dé n fois de suite ($n$désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).

On note B_n l'évènement : « obtenir au moins un 6 parmi ces n lancers successifs »

   a. Déterminer, en fonction de n, la probabilité $p_n$de l'évènement B_n.

   b. Calculer la limite de la suite p_n. Commenter ce résultat.

❖ 5ème Exercice : (corrigé)

Dans tout l'exercice, les probabilités seront données *au centième près par défaut*.

Une laiterie fabrique des fromages dont la masse théorique est de 250 g.

X est la variable aléatoire ayant pour valeurs les masses possibles du produit exprimées en grammes.

p_i est la probabilité pour qu'un fromage soit de masse x_i.

On donne :

x_i	220	230	240	250	260	270	280
p_i	0,08	0,10	0,15	0,32	0,16	0,15	0,04

1. Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

2. On prélève un fromage au hasard. Quelle est la probabilité pour que sa masse soit au moins de 250 g ?

3. On prélève au hasard dix fromages. (On admettra que les tirages sont avec remise et indépendants.)

a. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un fromage de 220 g ?

b. Quelle est la probabilité d'avoir au plus un fromage de 220 g ?

4. La production est vérifiée par une machine chargée d'éliminer les produits de masse strictement inférieure à 250g. La probabilité qu'un fromage de 220 g soit éliminé est 1 ; elle est de 0,8 s'il s'agit d'un fromage de 230 g et de 0,7 pour un fromage de 240 g.

La machine n'élimine pas les fromages de masse supérieure ou égale à 250 g.

Quelle est la probabilité pour un fromage d'être éliminé ?

---

3. 1. Formule : $E(X) = \sum x_i p_i$.

$E(X) = 220\times0,08 + 230\times0,10 + 240\times0,15 + 250\times0,32 + 260\times0,16 + 270\times0,15 + 280\times0,04$

$E(X) = 249,90$.

$E(X^2) = 220^2\times0,08 + 230^2\times0,10 + 240^2\times0,15 + 250^2\times0,32 + 260^2\times0,16 + 270^2\times0,15 + 280^2\times0,04$

$E(X^2) = 62689$.

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 62689 - 62450,01$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 15,46$

2. Un fromage pèse au moins 250 g si sa masse est soit de 250 g, soit de 260 g, soit de 270 g, soit de 280 g. $p(X \geqslant 250) = 0,32 + 0,16 + 0,15 + 0,04 = 0,67$.

3. *a.* Avoir au moins un fromage de 220 g est l'événement contraire de n'avoir aucun fromage de 220 g. On a affaire à un schéma de Bernoulli (peser 220 g ou non) répété 10 fois, avec remise et de façon indépendante. On utilise donc la loi binomiale.
La probabilité de peser 220 g étant de 0,08, celle de ne pas peser 220 g est $1 - 0,08 = 0,92$.
$p = 1 - 0,92^{10} \approx 0,56$.

b. Avoir au plus un fromage de 220 g signifie avoir exactement un fromage de 220 g ou bien aucun fromage de 220 g. $p = \binom{10}{1}\times0,08\times0,92^9 + 0,92^{10} \approx 0,81$.

4. On utilise la formule des **probabilités totales**. Désignons par A l'événement « le fromage est éliminé ». On réalise ensuite une partition de l'univers en quatre événements :
B_1 : « le fromage pèse 220 g » B_2 : « le fromage pèse 230 g »
B_3 : « le fromage pèse 240 g » B_4 : « le fromage pèse au moins 250 g ».

$$p(A) = \sum^{4} p(B_k)\times p_{B_k}(A) = 0,08\times1 + 0,10\times0,8 + 0,15\times0,7 \approx 0,26.$$