DEVOIR DE MAISON N :2

EX1 :

Une urne U_1 contient 4 boules et 2 boules noires et une urne U_2 contient 3 boules blanches et 3 boules noires. Une épreuve consiste à tirer une boule de l'urne U_1 que l'on met dans U_2puis tirer une boule de l'urne U_2 que l'on met dans U_1 .Soient A,B et C les événements suivants :

A ''à l'issue de cette épreuve la boule tirée de U_1 est blanche et la boule tirée de U_2 est blanche ''

B '' à l'issue de cette épreuve la boule tirée de U_1 est noire et la boule tirée de l'urne U_2''.

C '' à l'issue de cette épreuve les deux urnes U_1 et U_2 se retrouvent chacune avec la configuration de départ ''.

1) a) calculer p(A) et p(B)

   b) montrer que p(C)=$\frac{4}{7}$

2) on répète l'épreuve précédente 4 fois et on désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur : 0 si l'événement C n'est pas réalisé au cours des 4 épreuves et k si l'événement C réalise pour la première fois à la $k^{ème}$ épreuve (0<k≤4).

a) déterminer la loi de la probabilité de X

b) calculer l'espérance mathématique de X

EX2 :

Soit f(x) = $\frac{1}{x(1+x)^2}$

1) déterminer les réelles a,b et c tel que f(x)= $\frac{a}{x}+\frac{b}{1+x}+\frac{c}{(1+x)^2}$
2) soit t ≥1 , calculer $\int_1^t \frac{dx}{x(1+x)^2}$
3) soit g définie sur [1 ; +∞[par : g(t) = $\int_1^t \frac{\ln x}{(1+x)^3}$ dx , en intégrant par parties, calculer g(t) en fonction de t.
4) montrer que $\lim_{+\infty} \frac{\ln t}{(1+t)^2}$ = 0 puis en déduire la limite de g(t) lorsque t tend vers +∞

HICHEM_FARHATI@YAHOO.FR

EX3 :

1) soit f_m la fonction numérique définie par $f_m(x) = \frac{me^{2x}}{e^{2x}+1}$ ou m est un paramètre réel de l'intervalle]0 ; 2 [.
   a) étudier las variation de f_m et en déduire l'ensemble J_m image de IR par f_m .
   b) montrer que f_m est une bijection de IR sur J_m.
   c) calculer ${f_m}^{-1}(x)$ pour x £ J_m.
   d) quelle est l'image de IR_- par f_m.
2) pour tout x de IR on pose $g_m(x) = f_m(x) - x$
   a) étudier les variations de g_m .
   b) montrer que l'équation $f_m(x) = x$ admet une solution unique x_m et que x_m£] $\frac{m}{2}$;m [.
   c) Montrer que $\lim_{m\to 0^+} \frac{x_m}{2} = \frac{1}{2}$.
3) Soit $\mathcal{C}_m$ la courbe représentative de f_m et $\mathcal{C}'_m$ celle de ${f_m}^{-1}$.
   a) Etudier la position de $\mathcal{C}_m$ et la droite D :y=x .
   b) Construire $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}'_2$.

HICHEM_FARHATI@YAHOO.FR

BON TRAVAIL